

數學之教學藝術

數學科 周全章老師

壹、前言

科學是理性客觀的，藝術是感性主觀的。然而數學是科學之母，這其中所蘊含的是數學必然性地具備了科學的三個要素：客觀性、系統性及驗證性。其中的可驗證性說明了數學具恆常不變的性質。但數學教學的對象是人，人是情感的動物，情感是善變不定的。數學教師的宿命就是要將這些死板板的數學理論交給一群活生生的人。在理性與感性、變與不變間，這天平的兩端，數學教師的教學方法該如何拿捏，才能達到既完成教學目標又提高學習成效的雙贏局面呢？本篇小論文是以本人所任教班級學生數學課之上課情形為基礎，就上述之情形做一詳細探討。

貳、正文

一、學生的學

1. 學生背景

在少子化及學生素質不及從前的影響下，現行的高中職、大專院校為求生存無不放寬入學標準，此一情形在各公立高中、職更是明顯。絕大多數學校學生入學之基本學力測驗成績在百分等級中多屬中下，各科成績普遍不高，其中數學科成績更是明顯低於均標。此一分數背後所隱含的是學生於完成國中階段課後，在數學此一科目所應具備之基礎運算能力及代數、幾何之基本觀念兩部份能力未達一般生水平。對於以國中數學為基礎之高職數學課程，雖然課程難度不及一般高中，但對於多數高職學生而言卻有相當程度的困難存在。

2. 學生能學習的能力及意願

公、私立高職數學課程的安排因正規、實用、建教等班別的不同，從每週 2 節到每週 6 節不等，這樣的上課時數就一般高中、職學校的數學課程安排而言並不算多。倘若以升學為目標，這樣的上課時數反而略顯不足。因此，

在上課時數的安排上應不至對高職學生產生心理上的壓力及負擔。但如前節所述，多數高職學生數學之計算能力以及代數、幾何等能力、觀念薄弱，因此在與國中數學具有連貫性的高職數學課程學習上，隨著課程內容程度的加深、加廣，百分之五十以上的學生學習意願低落，剩下不到百分之五十有心學習的學生中明顯有力不從心感覺的也在半數以上，此一現象並非特例而是普遍且廣泛地存在於現行公、私立高職中。

3. 學生的學習成效

學習成效與學生的能力及意願有著明顯的因果相關，在能力及意願不高的情況下，學生在數學該科的學習成效上無疑地表現的不盡理想。當學習成效以現行各級學校慣用的分數量化呈現後，給學生的感受或刺激更是直接、更是顯著。此一感受或刺激反映在學生往後對數學學習的意願及態度的負面循環上，此一影響內隱於學生心理、外顯於學生行為。在心理上對數學學習產生排斥，在行為上表現出漫不經心的學習態度。在學校驚覺事態嚴重之際為提升學習成效所做的各項諸如補救教學、課後或個別輔導等措施，在上述情形為前提的情況下，往往是事倍功半，甚而亡羊補牢徒勞無功罷了。

二、教師的教

1. 數學的本質

古希臘著名的唯心論哲學家柏拉圖曾說：『數學是科學之母』。偉大的愛因斯坦也說：『數學之所以比其他一切科學受到尊重，一個原因是因為他的命題是絕對可靠和無可爭辯的，．．．』。由此可見作為科學基石的數學理所當然地具備了科學的三要素：客觀性、系統性及驗證性。但數學不像科學那樣有著被新發現推翻的可能性，後代學者能做的僅是在既有的數學理論架構上作修飾而已。換句話說，數學中的理論、定理等具有「不變」的性質。也正因為這性質讓師生間的交感互動在教與學中產生了微妙的變化。

2. 教師的教學方法

在教師的養成教育中一定有一門為「教材教法」的必修科目，其中說明了不少教學方法與學習理論。如著名行為學派代表人物 Thorndike〈桑代克〉的學習三定律：練習律、準備律、效果律，認知學派代表人物 Bruner〈布魯納〉在教學的應用上提出的四原則：動機原則、結構原則、順序原則、增強原則等，其目的都是在提高教師的教學效率和學生的學習成效。如此看來，教師若能熟悉教材教法並有效地運用於課堂之上，對教師的教和學生的學應當都能達到事半功倍的雙贏局面。

3. 教師的實際教學

在實際教學中，對絕大多數的教師來說「教材教法」往往只是曾經修習過的一門科目而已，真要能將所有理論實際運用於課堂之上又不致流於照本宣科的教師應該是鳳毛麟角了，而這也是普遍存在的事實。換句話說，教師對教學理論的熟悉與應用對該門課的成敗並未佔有決定性的因素。那到底決定課程成敗與否的因素為何呢？

個人認為除了教師對任教科目的專業知識外，便是教師的教學經驗和個人魅力這兩項關鍵性因素了。在任教科目的專業知識部份，同科教師間通常不會有明顯的差距存在。而在教學經驗方面，隨著任教時間的增加，教師的教學經驗與方法甚或是臨場反應都是可以慢慢累積而趨於臻熟。對於新進教師而言，也可透過向資深教師的請益快速地累積自己的教學經驗。

因此，雖說教學經驗是課程成敗與否的關鍵因素之一，但此一因素是只要教師有心就可以獲得顯著改善的。換句話說，教學經驗對課程的影響是可控制的。最後則是教師個人魅力的部份，教師個人魅力並不像教學經驗那樣隨著時間的累積就能獲得相當程度的改善，因為教師個人魅力關係到教師的個性和人格特質等因素。而這些人格特質的養成並非成就於朝夕，因此要教師改變自己的個性來強化學生的上課意願及興趣以便提高學生的學習成效並非易事，所以現在多是學生被動地接受教師的教學方式。若教師的教學方式為學生所接受甚而喜歡的，那麼在學生的學習成效上當然可收事半功倍之效，但若教師的教學方式是不被學生接受甚而排斥的，那麼即使是要達到事倍功半也不會是件容易的事。是故教師的個人魅力在課程成敗的關鍵因素中佔有舉足輕重的地位。

三、教學的藝術

1. 教與學

教學活動一直以來就不是由單一角色所扮演的，在課堂上所呈現的教學活動並非教師單向的教或學生單向的學，而是師生在教與學間雙向的交感互動。教師從學生的上課反應及態度去修正自己的教學方法，從而建立自己的教學風格，並有著因應班級性質不同隨時修正自己教學方法的能力。這意味著在課程進行中，教師或學生也相對地扮演著學生與老師的角色，而這兩種身分的互動與轉換更是豐富了課堂上的教與學。

2. 教學經驗

個人從事教職的時間雖不算長，但在這段不算長的時間裡，從一開始的手足無措到現在的泰然自若，多少也累積了些教學經驗與感想。在順利取得教師資格之後便在一所私立高職從事數學教師一職，正因為是私立學校，在少子化且競爭的大環境下，為了學校的永續經營，校長特別要求升學與管理，因此教師每堂課的教學都必須有立竿見影之效。

但如前段所述，高職數學此一學科必須具有國中階段數學的先備知識與能力，再加上數學給學生的印象又是死板、無趣的，在這些條件的限制下，個人覺得數學科教師在教學上有著相較於其他共同科教師更多的壓力與困難。面對著數學基礎能力薄弱以致學習意願低落的學生，怎樣的教學方式才能兼顧教學成效與管理一直是個人不斷地在學習與調整的。這幾年下來，個人的心得與感想簡單如下：數學雖然是一門理性的科學，但教師面對的是一群感性的人，因此教師在教學上不但要有教學的藝術，還要能藝術地教學。

前一藝術為名詞，後一藝術為形容詞。這裡所提的科學指的是數學課時定理的逐步證明或解答的逐條解釋，但若每節數學課都是如此上法，應該沒有多少學生可以長時間保持良好的學習狀態；而這裡所指的藝術是指教師在上課過程中加入個人風格及特色去吸引或提高學生的注意及興趣，一旦學生覺得課程有興趣或吸引力，那麼長時間保持良好學習狀態應當不是難事。教學不能千篇一律，面對不同屬性的學生，科學與藝術是無法擺在天秤兩端衡量的，因為這不是孰輕孰重的問題。個人的倒是把科學與藝術比喻成沙漏的兩端，有時候該往科學那端多倒些沙，有些時候又必須往藝術那端多倒些沙，這中間的分寸就全憑教師的個人經驗來做拿捏了。

參、結論

教學活動跟以往有了很大的不同。過去的教學活動是以教師為主，教師的教決定學生的學；現在的教學活動是以學生為主，學生的學決定教師的教。是故教師在教學活動進行時必須對學生察言觀色，從而修正自己的教學方法進而建立自己的教學風格。教學活動也不再是單向的進行而是雙向進行的教與學的轉換。教師必須要有這樣的認知才能在教學活動進行時達到最大的教學成效，學生也才有機會發揮最大的學習成效。如此一來，在師生的共同努力下方能達到雙贏的最佳結果。就以此篇與所有教師先進共勉之！