

篇名：
黃金比例:1.61803……的祕密
閱讀心得

作者：
李芳俞老師。私立高英高級工商職業學校。

壹、前言

黃金比例和我們的生活看似毫無相關，可是事實上卻是非常密不可分且息息相關的！黃金比例的趣味在於它跳脫了最原始的幾何意義，從數學延伸至繪畫、建築、音樂乃至發展成為對完美人體身形比例的終極追求，因此不僅僅只在數學上被發現，在生活 and 大自然裡參上一腳更是稀鬆平常。從模特兒的標準身高比，我們時常在畫的五角星，到玫瑰花瓣、鳳梨的外皮鱗片，甚至巨大星系、繪畫與詩歌創作…等等。十六世紀初，人們甚至稱黃金比例為「神的比例」、「美的規範」，因此黃金比例不純粹只是個數學公式那樣的單純，它所具有的價值和意義，是無可限量的。

貳、正文

一、何謂黃金比例（註一）

一般人對於黃金比例這個名詞，是感到非常的陌生而疑惑的。但實際上黃金比例比 π 來得有趣且常見，古希臘人認為它是最完美的比例，活用於視覺造形中，而其分比例的基本方法是把一條線分割成大小二段時，「全段長：長段長＝長段長：短段長」，這種比例分割方法就是黃金比例，此數據為 1.6180339…是個無窮小數，而且小數點後的數字不會重複，一般我們把它簡稱為 1.61803。在專業的數學文獻中，通常以希臘數字 τ 來代表黃金比例，意思是「分割」或「截」。可是到了二十世紀初，美國數學家巴爾（Mark Barr）另外給黃金比例取了這個名字 phi（ ϕ ）。

二、發現歷史（註二）

在公元前 6 世紀古希臘的畢達哥拉斯學派研究過正五邊形和正十邊形的作圖，因此現代數學家們推斷當時該學派已經掌握了黃金分割。公元前 4 世紀，古希臘數學家歐多克索斯第一個系統研究了這一問題，並建立起比例理論。而公元前 300 年前後歐幾里得撰寫《幾何原本》則更進一步成為最早的有關黃金分割的論著。中世紀後，黃金分割被披上神秘的外衣，意大利數家帕喬利稱中末比為神聖比例；德國天文學家克卜勒稱黃金分割為神聖分割。到 19 世紀黃金分割這一名稱才逐漸通行。最著名的例子是優選學中的黃金分割法或 0.618 法，是由美國數學家基弗於 1953 年首先提出的，70 年代在中國推廣。

三、黃金比例求法

（一）求法一《線段法》

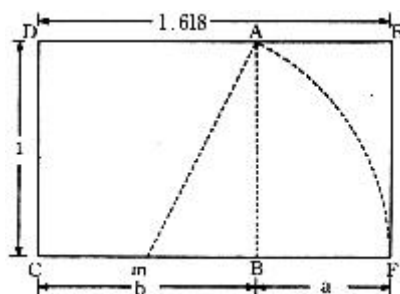
如下圖，我們把線段分割成長度分別為 x （長）和 y （短）兩段，依據黃金分割的定義， $(x+y):x=x:y$ 。為了方便，我們把 y 當作 1，那麼經過運算之後， x 大約等於 1.618，這就是古希臘人發現的「黃金比例」；如果把 x 當作 1，那麼 y 大約等於 0.618！黃金分割奇妙之處，在於其比例與其倒數是一樣的。例

如：1.618 的倒數是 0.618，而 1.618:1 與 1:0.618 是一樣的。



(二) 求法二《矩形作圖法》(註三)

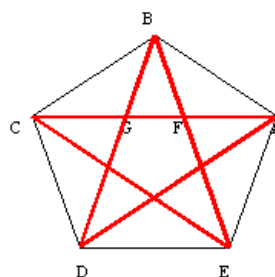
- 1.利用幾何學方法，先作成正方形 ABCB。
- 2.求正方形之一邊 BC 之中點 M。
- 3.以 AM 為半徑，M 為中心一圓弧 AF。
- 4.然後作 FCDE 之矩形，這時 DC：DE 就等 1：1.618
- 5.若 DC 以 a 表示，而 DE 以 b 表示，則 a 就是被分割的小線段部分，b 就是大線段部分。線條之全長就是 a+b。a：b=b：a+b 依照黃金比例分割矩形，就容易求 a 與 b 之長度。黃金分割矩形之寬就是正方形之一邊，以這作 1 時矩形之長邊就是 1.618。



四、幾何圖形中的黃金比例(註四)

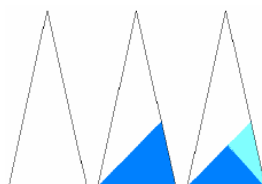
1.正五角星

畢達哥拉斯學派(畢氏定理)的代表徽章---正五角星中就隱含了許多黃金分割。例如，F 分割線段 CA，G 分割線段 CF。



2.黃金三角形

頂角為 36° 角的等腰三角形，其底與腰之比恰為黃金比例。為又稱「莊嚴三角形」(Sublime Triangle)。



3.黃金橢圓

短軸與長軸之比為 0.618 的橢圓。以黃金橢圓之焦距為直徑的圓，其面積與此黃金橢圓相等。

4.黃金矩形

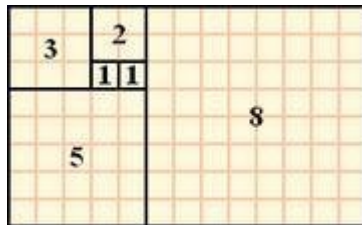
長和寬的比為 1：0.618 的矩形，被喻為比例最勻稱的矩形。已被廣泛應用於藝術創作及建築中。

五、神奇的費波納奇數列

1.費波納奇(註五)

十三世紀義大利數學家費波納奇(Fibonacci)研究仙人掌生長的秩序所發現的數列，這個數列從 0 與 1 開始，每一個數字都是前面兩個數字的和。所以， $0+1=1$ ， $1+1=2$ ， $2+1=3$ ， $2+3=5$ ， $5+3=8$ ，以此類推，公式為：1、1、2、3、5、8、13、21、34、55、89、144、233..... p 、 q 、 $(p+q)$ 。

這個數列的神奇之處在於，儘管數字不斷增加，前後兩數字的比永遠接近 1.618，如 $8 \div 5 = 1.6$ ， $55 \div 34 = 1.6170$ ， $144 \div 89 = 1.6179 \dots\dots$ 等，皆與黃金比的值 1.618 相當近似，是一種與黃金比例同等理想的數列。具規則的平穩性，越後面越接近黃金比。而這個比例就是「黃金比例」。換句話說，「斐波那契數列」會產生出「黃金比例」，而「黃金比例」會形成「斐波那契數列」來。



大自然中大多數花朵的花瓣數目是 3，5，8，13，21，34，55，89，... 例如百合花是三瓣，梅花五瓣，飛燕草八瓣，孤挺花十三瓣。向日葵不是 21 瓣，就是 34 瓣。雛菊都是 34，55，或 89 瓣。其他數目則鮮少出現。這個數有個模式，非常有趣，此數列即為費波納奇數列(3,5,8,13,21,34,55,89,...)。這些類似花瓣的數目等大自然的模式，其實都有深層的數學規律。這些規律，非常單純而簡單，只是沒有直接呈現在我們眼前而已。而這些規律，完全是由物理學來決定，並非遺傳的指令。

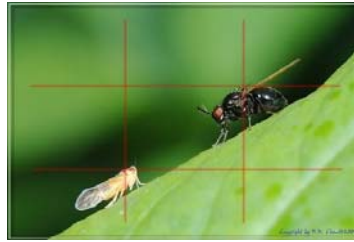
六、黃金比例的應用(註六)

1.生活中的黃金比例

(1) 3x5 照片：寬長之比為 0.6，幾乎就是黃金矩形。

(2) 拍照時，主體位置應以安排在畫面縱與橫各三等分的黃金分割線之四個交叉點的其中一點為佳。此四點不但最具人類視覺的集中作

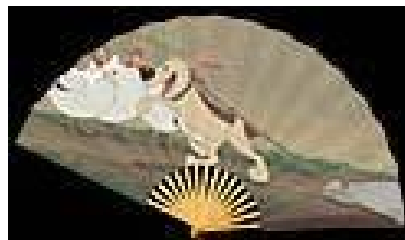
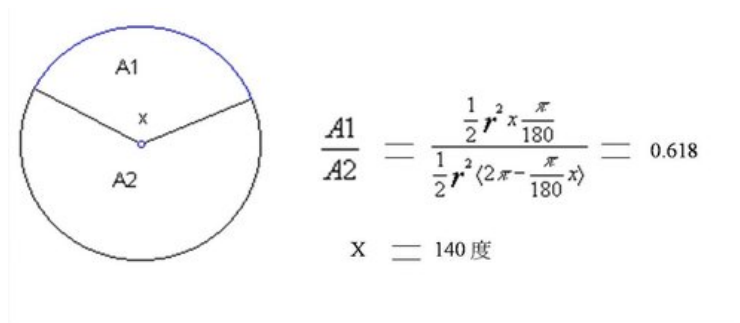
用，亦具有畫面的安定感及變化性。



(3)音樂領域中，黃金比例亦大有用途。演奏弦樂器時，在琴弦的黃金分割點撥弄，琴音最悅耳。

(4)扇子=黃金角度

將一個圓分成兩個弧，而兩個弧的長度比為黃金比例，小弧的圓心角我們稱之為黃金角。經過計算： $360^\circ - 360^\circ/\Phi$ 大約是 137.5° 度。



(5)郵票



2.藝術中的黃金比例

(1)達文西本人也是黃金比例的的信仰者，在他的作品中處處隱藏著黃金比例。

下圖一，達文西/蒙娜麗莎/完美的黃金比例，流露著莊嚴、和諧、神秘的氣質。

下圖二，違反黃金比例的後果，波特羅/蒙娜麗莎/挪用大師作品，奇特的比例、圓滿肥胖的風格，予人另一種可愛的感覺。



圖一



圖二

(2)維楚維斯(Vitruvian)的比例原則套用於達文西的「圓形中的人體」，一個正方形恰可完整包圍人體，手與腳剛好碰到以肚臍為圓心所展開的圓周。人體則由鼠蹊處一分為二，並於肚臍處形成黃分割。



(3)維納斯像

維納斯是西元前一百多年希臘雕塑最盛時期的作品，在西元 1863 年愛琴海的小島所挖出。

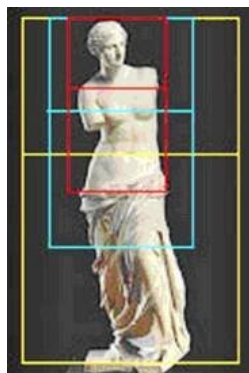
「長邊」代表的是肚臍至腳底的距離

「短邊」代表的是頭頂至肚臍的距離

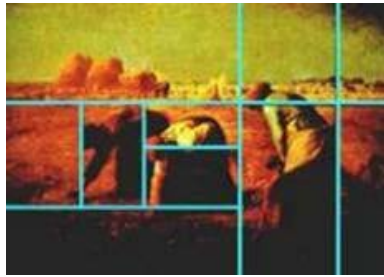
「身高」

黃金比例一=身高：長邊

黃金比例二=長邊：短邊

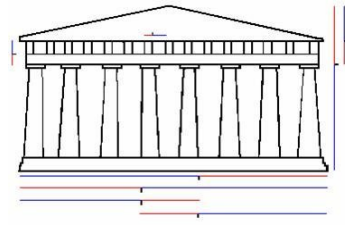


(4)米勒的拾穗



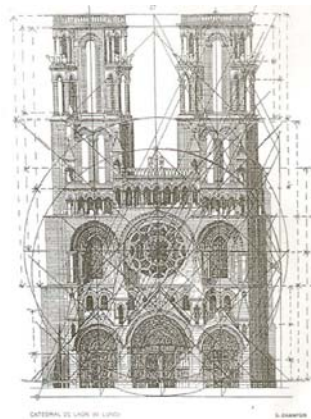
3.建築中的黃金比例

- (1)古埃及金字塔為正四角錐體，塔高與底部正方形邊長之比為黃金比例。
- (2)巴黎艾非爾鐵塔，第二層以下和第二層以上之比設計成黃金比例。
- (3)帕提農神廟



圖中每一段紅線與藍線的比都為黃金比例

(4)巴黎聖母院大教堂



(5)聯合國總部大樓



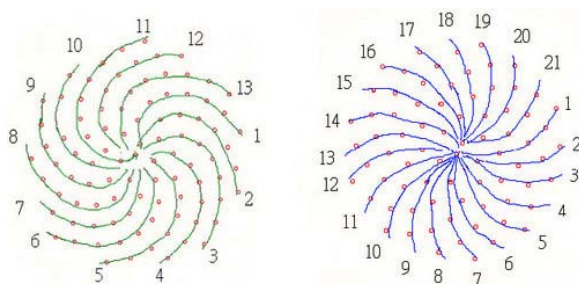
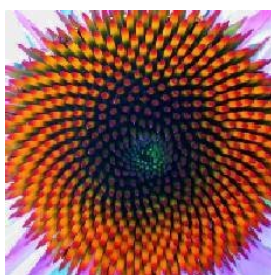
4.自然界的黃金比例

- (1)松樹毬果的生長螺紋是左旋和右旋的兩組交錯等角螺線，右旋 8

道與左旋 13 道， $1:1.625$ 趨近黃金比例。



(2) 雛菊花蕊的生長螺紋是左旋和右旋的兩組交錯等角螺線，大部份雛菊的左旋數和右旋數是 21 和 34， $1:1.619$ 趨近黃金比例。有些品種雛菊的螺線數是 13 及 21。



(3) 向日葵種子的生長螺紋是左旋和右旋的兩組交錯等角螺線，右 21 道與左旋 34 道， $1:1.619$ 趨近黃金比例。也有較大的向日葵，左旋數和右旋數各為 34 和 55，更大的向日葵則有 89 和 144，甚至 144 和 233 的排列數。



(4) 鳳梨表面的菱形鱗片有 8 列向左斜，13 列向右斜，又是費氏數列的相鄰兩項。

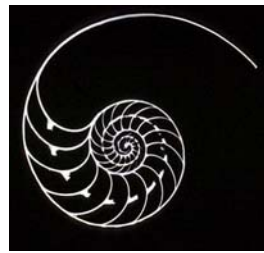


(5)虹鱒(Rainbow Trout)的魚身接近三個黃金分割矩形的組合。

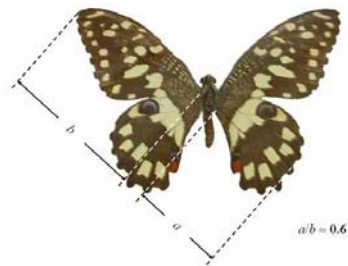


(6)五角星形邊上等腰三角形的長邊與底邊比值為黃金比例，可在沙海膽和雪花上找到。

(7)鸚鵡螺的生長螺紋非常接近符合黃金比例的等角螺線，這正是完美生長模式。



(8)蝴蝶之後翅與前翅的寬度或長度的比值呈黃金比例。



(9)巨大的螺旋星系

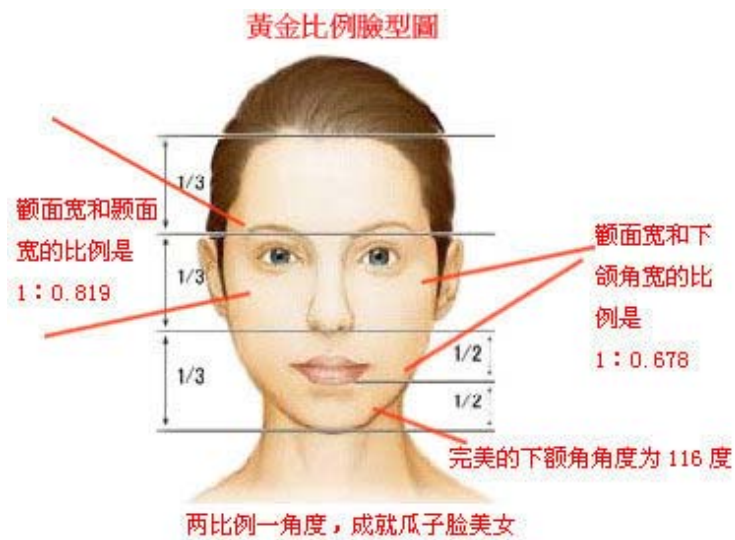


(10)颱風



5. 人體中的黃金比例

人體結構比例充滿著黃金比例關係。手指到肘的長度與手長比例，腳趾到膝的長度與腿長的比例，腳趾到突起肚臍的長度與身高的比例，都是黃金分割關係。



8.5 頭身美少女

妳夠黃金嗎？

使用方法

1.從妳的身高範圍去比對身材各部位的黃金數字。

2.將身材部位的公分數除以妳的身高，所得出的百分比數字，即可用來對照黃金比例與病態性比例。

黃金比例身材					病態性比例
身高(cm)	150-155cm	155-160cm	160-165cm	165cm以上	身高(cm)
臉部 深7% 寬8% 長12%	深10.5-10.8cm 寬12-12.4cm 長18-18.6cm	深10.8-11.2cm 寬12.4-12.8cm 長18.6-19.2cm	深11.2-11.5cm 寬12.8-13.2cm 長19.2-19.8cm	深11.5cm 寬13.2cm 長19.8cm	臉部 寬>12% 長>15%
胸圍53%	80-82cm	82-85cm	85-87cm	87cm	胸圍>65%
乳下圍43%	65-67cm	67-69cm	69-71cm	71cm	乳下圍>50%
腰圍42%	63-65cm	65-67cm	67-69cm	69cm	腰圍>60%
臀圍57%	86-88cm	88-91cm	91-94cm	94cm	臀圍>67%
大腿肚圍32%	48-50cm	50-51cm	51-53cm	53cm	大腿肚圍>40%
小腿肚圍21%	32-33cm	33-34cm	34-35cm	35cm	小腿肚圍>25%

(黃金數字資料來源：劉伯恩醫師)

參、結論

黃金比例:1.61803……的祕密，本書作者追溯黃金比例的起源與發展，用平易近人的筆法敘述了黃金比例在數學、生物、繪畫、音樂、詩歌、股市、星體、人體比例等的應用，讓我們見識這個完美數字豐富多樣的面貌。從書中我才知道原來黃金比例不是從藝術發展出來的，是數學家發展出來的。其實「黃金比例」中的「黃金」只是一個形容詞，「比例」才是主角。歐幾里德當初只是為了幾何推導的方便才定義出這個比例，可是黃金比例不但在神秘主義的五角星形出現，它還在數學與藝術的領域大放異彩！最重要的，黃金比例還隱藏在神奇的斐波那契數列之中，並且與大自然的演化動力學發生密切的關聯。

黃金比例普遍存在在大自然裡，無論是植物的葉序、向日葵小花的排列、螺旋星系的漩渦、鸚鵡螺的美麗貝殼、物質結構的準晶體、兔子繁殖問題，它還在若干藝術家、建築師、設計師的作品中嶄露頭角，連股價曲線圖的升、降波段數，都看得到其蹤影。在本書中作者提出質疑，藉此讓我們用不同的觀點去思考黃金比例，諸如《聖母的榮耀》、《蒙娜麗莎》等等名畫，亦或是大金字塔、巴特農神殿等古代建築結構都是根據黃金比例來設計的嗎？還是黃金數字崇拜者的之謬思？作者進行了相當的考據與研究，其中證明了黃金比例在藝術創作之中，並沒有佔據那樣顯著的地位。

在本書中作者實際去做數字的丈量與研究，來讓讀者瞭解「黃金比例」背後有的諸多樂趣！使我了解到黃金比例竟然和我們的生活那樣的密不可分，如果比例改變了之後，我們生活周遭許多事物都會有所變化，對於美的定義也會與先前不同，人類的生活勢必也會受到影響。更點出黃金比例的重要性反而是在數學，以及最意想不到的大自然現象裡展現，此點可能挑戰了許多人的認知，也或許點醒了一些對於「黃金比例」的迷思，黃金比例所呈現的美感往往是因人而異。

肆、參考文獻

(註一) 維基百科

<http://wikipedia.tw/黃金比例>

(註二) 為基百科

<http://wikipedia.tw/黃金分割>

(註三) 美的形式原理

<http://www.gtes.ilc.edu.tw/ART/art4-7.htm>

(註四) 幾何圖形中的黃金比例

<http://www.shsh.ylc.edu.tw/~t1046/theme/goldenratio/page2.html>

(註五) 黃金比例:1.61803……的祕密

作者：Mario Livio，譯者：丘宏義

遠流出版公司； 2004/8/1；ISBN：9789573252702

(註六) 黃金比例 <http://www.shsh.ylc.edu.tw/~t1046/theme/goldenratio/page7.html>