

當今學生學習數學困難之處

作者：

沈盈秀老師。私立高英高級工商職業學校。

壹、前言

數學科的學習過程中，可以訓練學生在邏輯思考、推演能力上的進步。經過縝密的思考與推論，從中解決生活上的各項難題，進而在哲學上確立「人」的存在，這正是法國數學家、哲學家笛卡兒名句：「我思，故我在」的真實意義。生活中充滿了數學，但是偏偏數學科又是很多學生在學習上的一項障礙；牢不可破的障礙。也因此，對於該科的學習產生了拒絕、甚至恐懼，進而沒有培養良好的學習方式，最後產生「全然放棄」的心態。而這正是本校學生對於數學科所普遍擁有的態度。

本次行動研究之目的著重於了解本校學生在學習數學科上最大的問題癥結為何處，與思索提供可能解決之道。雖然本校教育目的是以技職教育為導向，但是根據教育部近年來升學相關資料顯示，「升大學」的管道越來越多，升學機會與數年前相比也相對高出許多。即此，非但鼓勵本校學生能夠盡量朝升學方向邁進，更希望能夠提升本校學生的學科涵養與素質，除了專門學科技術精進之外，在理論上也能夠有所發展和突破。但回歸正題，這和數學科又脫離不了關係。數學在理論上是研究數字、幾何形狀與推理的學問，它是人類以智慧與毅力在尋求宇宙中的真與美。在應用上，數學是科學之母，它是研究自然、工程、管理、社會、人文科學的工具，與人類日常生活關係非常密切。科技的萌芽對於數學是高度依賴的，且任何學科均可以與數學結合，進一步廣範應用在各行業中。因此，數學之所以會被人們稱做「科學之母」，其結果絕對不是偶然，而是必然。

貳、正文

本校學生入學基測成績並不理想，為低成就學習成果。因此便可推之從國中七年級學習階段開始，學生數學的基礎課程、計算概念的養成過程都不是很好。根據學者研究發現，國中學生在數學科持偏高的趨成精熟目標與避敗精熟目標，及持平的趨成表現目標與避敗表現目標，且所持有的趨成精熟目標、避敗精熟目標與趨成表現目標、避敗表現目標的差異達顯著水準。結果亦顯示國中學生在追求精熟數學課業的同時，存在趨避衝突的心理困境（林麗華、林清文，2003）。也就是說國中學生的數學科學習成就之差別除了不是肇因於單一因素之外，心理上所獲的「成就感」更可能是影響數學科學習的主要動力。而有部分的學生則是對於數學科存在著「又恨又愛」的感覺；既想要學好，但是又排斥花時間去學習它。心理學上「趨避衝突」的展現即是如此。

又有學著針對智商與數學科學習成就的相關性進行研究，結果發現在「高智商低成就」¹

¹ 根據 Lupart 與 Pyrry (1996) 在加拿大以 19 所中小學學生為研究對象，將智商 120 以上界定為資優，而這些學生測驗成績比預估成績低一個標準差以上者即界定為「資優低成就」。

與「低智商低成就」兩個群組中，在學習組型變異上並沒有顯著的差異（陳嘉成，2004）。也就是說在學習成就上，智商因素所佔的影響力其實並沒有那麼大。事實上學者研究發現，影響成就的因素包含了先天與後天兩方面，但是低成就學生的形成因素多是後天所致。如此一來，從學習動機的角度來切入將是一個重要的方向（陳嘉成，2004）。

近年來教育生態有了相當大的改變：普通高中的增設、高職轉型為綜合高中或是完全中學、少子化的趨勢……種種因素皆不利於高職學校的招生。根據教育部資料顯示，100 學年度高中生與高職生的比例約為 5.2：4.8，高職生比例愈見降低，而且有每況愈下的趨勢，則伴隨而來的問題是學生素質與學習意願愈發低落（戴正雄，2003），正是「量」的問題影響了「質」的改變。又台灣地區家長、社會大眾普遍對於技職學校存著「第二選擇」的心態，亦即職業學校教育是較為次等的選擇。學生就讀職校後甚至產生家長對於學生感到失望，關懷心態丕變；學生也逐漸喪失自我警惕的心態。

1960 年根據 Gagn' e 的研究提出了「學習階層」的概念，認為學習活動該有合理的次序性存在，較簡單的學習為複雜學習觀念的先備條件（王秀玲，1990）。本校學生入學成績普遍偏低，因此教師在教學目標的設定上也就偏易。但是教學目標過於簡單化的結果，又造成學生未來升學上的阻礙。現今高職升學管道有多條進路，採計學科分數方式之升學管道專業科目比例偏重，但是國文、英文、數學三科仍為普通必考之科目。欲升學至前段大專院校，就以歷屆錄取分數看來普通科目的應考分數其實也不低，甚至也有設下若干條件加以限制。因此學生在高職階段的學習對於每科的態度其實仍是不可偏廢的，否則影響升學的條件。

本次行動研究以訪談方式為主，設定在學生個人層面因素上，藉由與學生問答間了解下列問題：

- 一、覺得數學是否為相當難學習的科目？
- 二、對自己在數學科成就測驗上感覺是否滿意？
- 三、學校教學內容的難易度與接受程度？
- 四、如果學得不好，是否知道自己在學習環節中出了哪些狀況？
- 五、如何去改善自己的學習方式，獲得更高的學習成就？

經過與學生訪談，從中得到若干訊息：

- 一、普遍對於數學科都有恐懼：

學生國中七年級階段數學科成就測驗有 70% 的學生表現尚佳，有及格的分數。但從七年級上學期末接觸到一元一次方程式單元時即開始有顯著的表現差異，大部分學生普遍表示聽不懂，或是根本不知從何下手解題目。一元一次方程式對於整個數學科學習中是相當重要的單元，未來許多數學計算都需要運用到相關知識。學生從此階段後，數學科成績普遍下降，也因此影響到學習動機。

學生學習動機來源可分成內在與外在二元，其包含了學習過程中來自家庭的期待、教師的鼓勵、教師教學的課程與內容等等。更重要的是學生本身的內在動機，包括對自己的努力、對自我的要求、學習的興趣、對未來的期許與企圖心。這種個人高度的學習動機，是獲致高學業成就不可或缺的因素（洪重賢，2012）。本校學生就訪談結果看來，普遍是缺乏了內在動機因素，再加上長期沒有外在刺激因素激勵，因此對於數學科的學習總是感到索然無味，興趣缺缺。

值得注意的是，在此 70% 的學生中，有將近 35% 的學生反映在國中階段數學科教師在教學上的要求是相當嚴謹的，大考小考不斷。但對這些學生而言也就是變相的「處罰」。處罰方式甚多，諸如罰站、罰寫、課後留下輔導等等。據學生表示，當時成績確實有所進步，但是自己仍不會主動學習與練習。由此可見學生學習動機低弱，確實是影響學習成就主要因素之一。

二、家庭因素使然

本校學生來源廣泛，涵蓋高雄、屏東平地與山地區域。就以原住民身分學生而言，家庭狀況普遍屬於社會階層下緣者。家庭經濟容易受社會景氣浮動影響，也連帶影響到學生學習過程是否順利。

這類學生從國小階段學習過程就有困難，家庭經濟狀況能夠讓學生上學就算是不錯了，其他補充教材、課後輔導、等等能夠讓學生學習成就提升的方案是這些家庭中所無法考量與負擔的。更甚者，有些學生還需要為家庭生計幫忙，少部分學生於課後打工、幫忙照顧家庭等等。教育部近年來推行「攜手計畫」，目的在於加強學習成就落後的學生。但這類的學生因家庭因素而不被允許參與該計畫，因為學生家長存在著「飯都吃不飽了，還讀甚麼書」的心態，所以就算是社會提供再多的資源與協助，該類學生還是沒有辦法從中受益。

關於影響學生課業表現的理論研究結果，整體而言文化資本、社會資本、財務資本、人力資本四種因素都達顯著，具有中等效應量（許崇憲，2002）。但這些理論因素之中，在國中階段文化資本的影響力最低，而財務資本的影響力最高。推論其原因在於學生升學考試與文化資本內容無關，而是家庭可以購買更多的財貨來輔助子女的課業。國內研究中國中階段學生其家長的經濟能力是有助於學生學習的重要因素，經濟能力轉化成為與學生學習的相關資源相當的多元，包括相關性較高的補習、購買參考書、擁有圖書、個人電腦、視聽軟硬體、個人書房、固定讀書與位置（許崇憲，2002），也包括間接關係的冷氣、汽車、傭人等（謝孟穎，2003）。據研究顯示，家長的社經地位越高，越有能力與動機來提供教育資源，同時這些家長積極學習參與並具體扮演子女學習輔助者的角色（謝孟穎，2003）。

三、學習適應能力不足

根據學生學習能力成就測驗發現，低成就學生在每科學業成績的表現普遍都不高，就以

數學科而言，絕少有數學科成績獨高，而其他科別成績特別低落的現象。²據學生表示，其他科目的學習比較容易，例如國文，只要將老師所講授的內容或題目事先準備充分即可獲取好成績。而數學科比較特殊，因為試題不會與課本內容如出一轍，必須了解該單元的邏輯觀念才有辦法進行解題運算。而這「理解」的部分即為學生最感困擾之處。雖是困擾，但學生還是有心想把它學好。

美國教育學者 Bloom 提到的教育目標中，將認知領域分為六個層次：知識、理解、應用、分析、綜合、評鑑，概述如下（郭生玉，1990）：

（一）知識：包括記憶名詞、事實、規則和原理原則。表示的行為動詞有：指出、寫出、界定、說明、列舉、命名、認明等。

（二）理解：只能把握所學過的知識或概念。表示的行為動詞有：解釋、說明、舉例說明、摘要、歸納和區別。

（三）應用：將所學到的規則、方法、步驟、原理、原則、概念，應用到新情境。表示的行為動詞有：預測、證明、解決、應用、說明理由。

（四）分析：將所學的概念或原則，分析為各個構成的部分，或找出各部分間的相互關係。表示的行為動詞有：選出、分析、判斷、區別、指出、組成要素、相互關係。

（五）綜合：將所學到的片段概念或知識、原理原則與事實等統合成新的整體。表示的行為動詞有：設計、組織、綜合、創造、歸納、聯合等。

（六）評鑑：依據某項標準作價值判斷的能力。表示的行為動詞有：評鑑、判斷、評論、比較和批判。

高職數學在教學目標的設計上比較能達到前三項較為點簡單的目標，而高段的分析、綜合、評鑑方面的能力則是較為欠缺。此點原因大概有二：學生在國中階段數學科學習成就低，先備知識明顯不足；其二，高職升學以專業科目為導向，國英數科目相對只是輔助的功能。因此，學生在適應上明顯出現困難。在適應困難上又和自我調整學習有直接關連。

Pintrich (2000) 綜合各家自我調整學習模式，形成的架構是以調整的階段 (phases) 與範圍 (areas) 來做分類支架的，如下表所示：

² 根據本校學生 101 學年度前兩次段考成績來觀察，只有分之二學生數學科成績特優，而其他科成績不及格。文科類別成績高，數學科成績不及格者人數比例較高，約達百分之五。

階段	範圍			
	認知	動機 / 情感	行為	脈絡
1. 預思、計畫、活化	設定標的目標 先前內容 活化知識 後設認知 活化知識	採用的目標導向 效能判斷 判斷學習的易度；任務難度的知覺 活化任務價值 活化興趣	【計劃時間和努力】 【為自我行為的觀察計劃】	【任務的知覺】 【脈絡的知覺】
2. 監督	後設認知 認知的覺察與監督	動機和情感的覺察與監督	努力、時間使用和需要協助的覺察與監督 行為的自我觀察	監督改變中的任務和脈絡情境
3. 控制	對於學習、思考的認知策略之選擇與適應	管理動機與情感的策略之選擇與適應	增加／降低努力 堅持、放棄 尋助的行為	改變或重新談判任務 改變或離開脈絡
4. 反應及反映	認知判斷 歸因	情感反應 歸因	行為選擇	任務評估 脈絡評估

上表中四個階段，是許多自我調整模式共有的過程，它把學習者在從事學習任務時的時間序列展現出來，而這個過程並不一定是階層或直線關係，即前者不一定要在後者之前出現，它們是連續、動態、循環的過程。四個範圍則呈現一個學習者在調整時的不同範疇成份，其中認知、動機情感與行為反映出傳統心理功能的三個不同分野，而這些範疇成份的界線並不一定是相當清楚，即它們之間的界線是可滲透的（林麗華、林清文，2003）。

訪談本校學生，在四個階段上大部分學生普遍只出現「反應及反映」目標——知道自己考不好。又在四個範圍中也僅只出現對於學習有強烈的情感——想要考好分數。交叉比對結果發現學生缺少了數個關鍵項：

- （一）後設認知：對於己身學習歷程無法做有效的檢討與更正。
- （二）努力過程：自我覺察的努力、堅持下去的動力明顯不足。
- （三）情境監督：即便是遇到困難，沒有辦法提出有效的解決方案。
- （四）培養興趣：學習沒有成效，心態上便養成再怎麼努力都沒有用的預期心理，進而興趣缺缺，最後抗拒學習。

因此，本校學生在數學科學習上適應能力不足之處，實是沒有辦法做有效的調整與學習，即便是有心想要考好，但是仍然得不到好成績。

參、結論

經由本次行動研究，發現本校學生在數學科學習上的若干問題。教師本身扮演的角色是「領導者」與「研究者」，從中發現學生的學習問題、了解問題，進而解決問題。有關此次訪談後所得之心得如下：

一、了解學生起點行為是根本。教師在教學前首先了解學生先備知識程度，然後再施以有效的教學方式。本校學生在國中階段數學科學習普遍狀況不佳，因此在教學上必須先建立起學生足夠的先備知識。

二、重視班級的個別差異：程度尚佳的學生也可給予稍高難度的訓練，程度不好的學生擇期施以適當的補救教學。

由於學生有不同的認知策略，導致他們有不同的學習風格。有些學生需要用視覺圖像 (visual processor) 來幫助學習，也有些習慣用語文 (verbal processor)³ 作為學習的媒體 (Mayer, 1987)。另外，有學生善長於運用擴散性思維 (divergent thinking) 去思考問題，他們著意搜尋邏輯及正確的答案以解決問題；也有學生喜歡運用聚斂性思維 (convergent thinking) 去探究新事物，即以不同但同樣可以接受的方式來解決問題 (羅耀珍, 2004)。因應學生有不同的學習策略與模式，教師宜在教學設計上有所改變，而非一言堂式的講授。

三、以正向鼓勵取代責罰：學者研究發現 (陳芳慶、梁育維, 2009)，以目前國內高中生升大學所必須經歷的「指定科目考試」為例，六年來 (92 學年度至 97 學年度) 在數學甲與數學乙考科中，平均有 8 成的學生成績在 60 分以下，PR35 的學生平均也僅有 20 幾分，甚至高達 1% 的學生得到 0 分的成績 (財團法人大學入學考試中心, 2008)。從數據中可看出其實有不少數學科學習低成就學生，而這些學生長期承受著挫敗感，導致其被動、數學焦慮、低自尊、消極、堅持度不夠、預期學業失敗 (袁媛、許錦芳, 2007)，而本校學生正是 PR 值低於 35 的群組類型。如何建立學生信心，使其產生興趣，進而能夠自動自發學習，此點方為至上。否則延續國中教師以責罰方式對待學生，有效程度仍有待商榷。

四、臨淵羨魚，不如退而結網：國中基測與大專院校學測、指考，所測驗的都是學生有無學習到「能力」。教師在教學過程中必須把解題的能力、思維邏輯的方式讓學生了解體會，並能夠成功運用在解題上，而非照章行事，將題目解法要學生照抄，或是讓學生死背該題目的解決方式，而不懂思維中的前因後果。

五、教育學生如何「反思」：後設認知即為「對自己的認知過程再認知」，包括回憶、編碼、訊息處理、創造性思考、批判性思考、做決定概念化等要素，總而言之就是能夠對自己先前的學習經驗作一反省的工夫。教導學生考不好要反省，即便是得到優秀的成績，也更應該作反思的動作。有效的學習是建立在每一次的測驗中，從中學習到成功與失敗的經驗。

³ 又可譯為「口頭方式」。

所謂的認知策略教學，即在強調透過策略步驟的教導、認知的示範，有指引的教學以及自我規範，而達到認知行為的改變（林育妍，2008）。教師為達到有效的教學，可以學生舊有認知為基礎，藉由搭鷹架⁴的方式，讓學生逐漸完成學習的過程。

參考文獻

- 一、王秀玲（1990）。蓋聶〔R. M. Gagne〕教學理論之研究。國立臺灣師範大學教育研究所集刊，32，207-216。
- 二、李逢堅（2010）。從課業難度、學習狀態、成績壓力與教師態度檢視國中學生社會再製現象之研究。中等教育，61（3），52-71。
- 三、林麗華與林清文（2003）。國中生數學科學習之目標導向、社會比較、自我效能與課業壓力關係研究。彰化師大輔導學報，25，87-132。
- 四、林啟超（2007）。父母親成就教養取向、教師期望對高職學生之成就目標與學業成就關係之研究。人文暨社會科學期刊，3（2），37-53。
- 五、林育妍（2008）。認知策略在寫作教學之應用。國小特殊教育，46，102-109。
- 六、范德鑫（1980）。教師期待與國中學生數學科成績、操行成績關係之研究。教育心理學報，13，179-185。
- 七、洪重賢（2012）。影響高職低入學成績高學業成就學生，其個人相關因素之研究——以某高工為例。蘭陽學報，11，145-166。
- 八、袁媛與許錦芳（2007）。資訊融入教學對國中資源班數學低成就學生學習影響之個案研究。教育科學期刊，7（1），36-57。
- 九、郭生玉（1990）。心理與教育測驗。臺北：精華。
- 十、梁育維與陳芳慶（2009）。高中二年級數學科補救教學成效之前驅研究。中等教育，60（2），112-127。
- 十一、張民杰（2006）。把樂趣找回來——第三次數學課輔的行動研究。花蓮教育大學學報，22，135-158。
- 十二、陳嘉成（2004）。國中數學科高智商低成就學生學習行為構型之研究。中國測驗學會測驗學刊，51（1），1-27。
- 十三、謝孟穎（2003）。家長社經背景與學生學業成就關聯性之研究。教育研究集刊，49（2），255-287。

⁴ 引用網站 <http://css000000125339.tw.class.uschoolnet.com/>：此教學法奠基於 Vygotsky 的 ZPD（近側發展區）概念。該理論主張學習的過程是由教師提供一個暫時性的支持來協助學生發展學習能力，這個暫時性的支持(鷹架)可能是一種教學策略或教學工具，隨著學習者能力的提昇，便逐漸將學習責任轉移至學生的身上，最後讓學生能主導學習，並經由學習建構出屬於自己的知識；亦可視為將學習責任逐漸從教師轉移至學生本體（羅智殷，2010）

- 十四、戴正雄(2003)。高職海事類科學生與升學就業意願之調查研究。未出版碩士論文，國立臺灣師範大學：台北市。
- 十五、龔瑞維(2008)。高職學生選擇技專校院考量因素之研究。稻江學報，3(1)，257-277。
- 十六、羅耀珍(2003，11月)。課程調適以照顧個別差異的學生：從教師的觀點分析。論文發表於教與學的改革和創新教育研討會。澳門：澳門大學。
- 十七、羅智般(2010)。http://css000000125339.tw.class.uschoolnet.com/