

數學步道

作者：

黃健雄老師。私立高英高級工商職業學校。

壹、前言

有趣的數學問題或多采多姿的教材，是引發學生自動探索數學的仙丹。本研究乃融合數學步道與行動學習的精神，使學習數學不再只是抽象的思考更能加入生活化的連結，行動學習支援數學步道各學習區的活動進行並使即時的互動解題辯證順利進行，讓學生當下獲得學習的成就感。研究方向定位在設計並實作一個以學校為本位，數學步道為情境、無線網路、平板電腦為工具，以行動學習來輔助數學學習學生，並透過此系統學習獲得的學習成效。

貳、正文

數學是生活的科學，數學的學習若和生活中的情境互相結合，則學生必能獲得有效的學習，且易於應用在日常生活中；且數學的學習重視建構的精神、認知的發展，因此如何去運用既有經驗和情境結合以建構新知，則是數學課程設計的新課題。「數學步道」即是帶學生走出室外，而從生活的情境中汲取新知識，使數學的學習活動更加生動活潑，更能讓學生瞭解到數學在日常生活中的意義，而能提高學生的學習興趣而主動學習（鍾靜主編，1998）。

數學步道的設計與實施，可依以下幾點原則：

- 一、數學步道的設計應依環境的特性結合數學教學的目標以設計活動。
- 二、數學步道的設計不應只有活動單的設計，應包含活動說明、活動內容及學習者的想法與作法的記錄等部分來設計活動。
- 三、數學步道的設計中的活動說明應闡示學習者應具有的能力、可能的解題策略和教學應注意的事項，以利學習活動的進行。
- 四、數學步道的設計中的每個單元，可包含不同類別的活動，如計算與非計算等。如此，可使活動的進行更多元化、更生動活潑，避免枯燥乏味，甚至可和遊戲互相結合。
- 五、數學步道的設計應配合課本教學目標的進度，使學生將課本和生活結合。
- 六、數學步道的設計可配合天候、時間，針對每一個環境作不同的教學設計。
- 七、數學步道的實施中，學生的解題策略應經過分組的共同討論，進行腦力激盪及分析判斷，而非個人認知所論定。
- 八、數學步道的實施中，學生的解題策略可行或不可行，教師可藉由學生的發表，開發其思維的盲點，而使其豁然開朗。
- 九、數學步道的實施中，同年齡的學生仍有差異，同一活動在不同學習者的進行中，仍需配合該學習者的數學概念及認知發展。
- 十、數學步道的實施中，應視單元的內容和環境的特性，配合天候、時間來進行。

在其教學設計理念上，有以下幾個重點：

一、學生能力分析

(一)先備學習能力

- 1.學生能觀察出圖形的變化、圖形的放大縮小和幾何量的變動。
- 2.學生能知道最大公因數和最小公倍數。
- 3.學生能使用工具對圓的直徑、半徑及圓心進行簡易的估測。
- 4.學生能瞭解對稱圖形、商高定理的應用
- 5.學生能運用比與比例式和平方根的計算

6.學生能知曉二元一次方程式的直角座標平面。

(二)主題學習能力

1. 學生能知道圖形伸縮的原理，並知道其上可應用在日常生活中的哪些事物上。
2. 學生能嘗試透過最大公因數和最小公倍數歸納出簡單的規律。
3. 學生能嘗試利用已知圓的基本性質，利用工具估算圓的半徑、周長、面積。
4. 學生能藉由對稱圖形的認識來判斷籃球場地是否具相似性，並利用商高定理計算籃框下的鐵架長度。
5. 學生能利用比與比例式、平方根，進行人體黃金比例的計算。
6. 學生能利用對直角座標平面的先備知識，以進行邏輯思考推測。

(三)後續發展能力

- 1.讓學生明白數學在生活中處處可見，也隨處可用。
- 2.學生能透過小組討論、思考、並分享自己的想法，以解決問題。
- 3.訓練學生的邏輯性思考，解決生活中數學的問題。
- 4.不同於傳統教育中的數學呈現方式，引領學生重新認識數學生活化的一面。

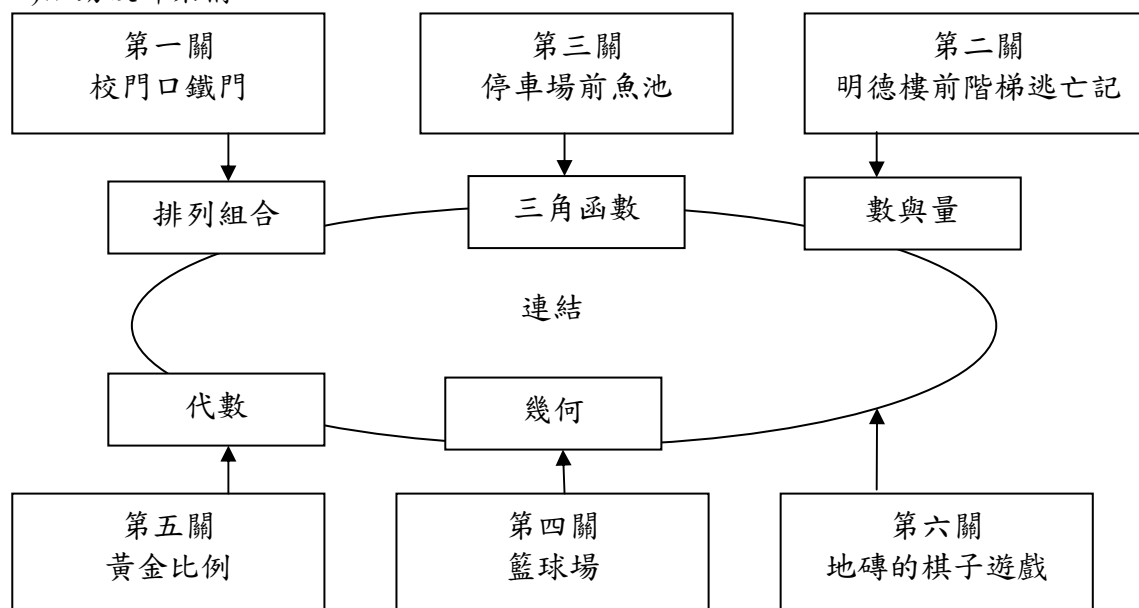
二、教學目標

- 1.學生能知道圖形伸縮的原理。
- 2.學生能正確無誤地計算出最大公因數和最小公倍數簡單的規律。
- 3.學生能透過圓的基本性質，以工具估算圓的半徑、周長、面積。
- 4.學生能認識對稱圖形以判斷籃球場地是否具相似性，並以商高定理計算籃框下的鐵架長度。
- 5.學生透過比與比例式、平方根，進行人體黃金比例的計算。
- 6.學生能透過對直角座標平面的先備知識，以進行邏輯思考推測。

(一)對應之能力指標

活動主題	課程綱要分年細目	與本活動的關聯
第一關： 校門口鐵捲門	4-s-02 能透過操作，認識基本三角形與四邊形的簡單性質。 S-4-08 能理解三角形的幾何性質。 8-s-17 能理解四邊形的基本性質。	◆學生能知道圖形伸縮的原理
第二關： 明德樓階梯逃亡記	N-2-04 能理解因數、倍數、公因數與公倍數。	◆學生能正確無誤地計算出最大公因數和最小公倍數簡單的規律
第三關： 停車場前魚池測量	S-4-14 能理解圓的幾何性質。 N-1-16 能使用日常測量工具進行實測活動，理解其單位和刻度結構，並解決同單位量的比較、加減與簡單整數倍的問題。	◆學生能透過圓的基本性質，以自備工具估算圓的半徑、周長、面積
第四關： 籃球場	S-4-12 能檢驗兩平面圖形是否相似。 8-a-07 能理解商高定理。	◆學生能認識對稱圖形以判斷籃球場地是否具相似性，並以商高定理計算籃框下的鐵架長度
第五關： 黃金比例	N-2-14 能認識比率及其在生活中的應用。	◆學生透過比與比例式、平方根，進行人體黃金比例的計算
第六關： 地磚的棋子遊戲	A-3-12 能運用直角座標系及方位距離來標定位置。	◆學生能透過對直角座標平面的先備知識，以進行邏輯思考推測棋盤問題

(二)活動設計架構



三、教學設計

(一)活動目標

1. 學生能察覺校門口鐵捲門的伸縮情形，並依其伸縮狀況說明其伸縮原理。
2. 學生能正確無誤地計算出學生能正確無誤地計算出最大公因數和最小公倍數簡單的規律，使不被暴龍和噴火龍踩到。
3. 學生能透過圓的基本性質，以自備工具估測，並計算花圃的半徑、周長、面積。
4. 學生能認識對稱圖形以判斷籃球場地是否具相似性，並以商高定理計算籃框下的鐵架長度。
5. 學生透過比與比例式、平方根，進行人體黃金比例的計算。
6. 學生能透過對直角座標平面的先備知識，以進行邏輯思考推測棋盤問題。

(二)教學對象

本校學生報名參加數理生活營

(三)教學節數

數理生活營四節課，或依教師需要利用彈性課程時間每關一節課。

(四)實施方法

1.實施時間

利用寒暑假數理生活營四節課時間，每兩關進行50分鐘，六關共150分鐘（約三節課）；闖關結束後回到教室內進行小組作業單填寫及上台報告，時間50分鐘（約一節課）。

2.學生分析

教學活動對象為數理生活營的闖關活動；其班級氣氛活潑，學生於課堂間願意發表與討論。由於自願報名，活動進行過程為小組競爭模式，故學生配合度及學習動機頗佳。

3.活動流程

第一關：校門口鐵捲門

主要問題與活動	說明	評量重點
<p>●引起動機 每天上學必經的校門口之鐵捲門，它為什麼可以開合自如呢？是應用什麼原理呢？</p> <p>●主題 ◇1~3 題：觀察鐵捲門的形狀、何時面積最大並估算其面積。 ◇進階 1~2 題：想一想生活中還有哪些類似結構。 ◇進階 3~4 題：其伸縮原理為何。</p>	<p>教師準備平行四邊形條，供學生使用操作。</p> <p>教師可引導學生用三條和四條平行四邊形條組合成的圖形其相異點在哪。</p>	<p>1. 學生團隊合作表現，並留意學生在小組的互動及對話。</p> <p>2. 作業單(如附件一)</p>

第二關：明德樓前階梯逃亡記

主要問題與活動	說明	評量重點
<p>●引起動機 學生上下學經常走動的階梯，原來也有很大的學問。</p> <p>●主題 ◇1~3 題：兩隻龍從校門口跑出來，計算最小公倍數找出不被龍踩到的規律。 ◇進階題：若兩隻龍，一隻在上，一隻在下，計算最小公倍數找出不被龍踩到的規律。</p>	<p>第二關對於數學程度較不理想的學生是一大鼓勵，每題都能透過實際演練解決問題，學生學習動機較佳。</p> <p>教師可引導學生依序推廣至更多的階梯數，並找出規律。</p>	<p>1. 學生團隊合作表現，並留意學生在小組的互動及對話。</p> <p>2. 作業單(如附件一)</p>

第三關：停車場前魚池

主要問題與活動	說明	評量重點
<p>●引起動機 謎語一：天天看到，但不一定會注意到；近在咫尺，上課時遠在天邊。 謎語二： 兩隻巨獸因它而生存， 兩隻巨獸因它而囚困。</p> <p>●主題 ◇1~5 題：利用自備工具量測並估算花園的半徑、周長、面積以及圓弧裂縫的面積。 ◇進階題：花園上若畫五條線則最多可以區分成幾塊區域，找出其規律。</p>	<p>本關可事先告知學生攜帶工具。學生的參與度高，反應良好。</p> <p>估測的誤差值難免存在，教師可自行設定誤差範圍。建議以引導學生找出創意解決問題方式為教學重點。</p>	<p>1. 學生團隊合作表現，並留意學生在小組的互動及對話。</p> <p>2. 作業單(如附件一)</p>

第四關：籃球場

主要問題與活動	說明	評量重點
<p>●引起動機 籃球場是學生的最愛，有想過籃球場地是否為對稱圖形？場內是否有相似或全等的圖形存在？而籃球框架的鐵架左上角到右下角的距離可以如何求得呢？</p> <p>●主題 ◇1~3 題：籃球場地是否為對稱圖形？籃球場內是否有相似或全等的圖形？籃球框架的鐵架左上角到右下角的距離如何求得？ ◇進階題：長方體和圓錐體截面有哪些形狀？</p>	<p>此活動是對稱圖形、相似或全等的圖形、商高定理原理的應用。</p> <p>有些學生會直接反應籃球場地兩邊就應該要是全等的，老師要讓學生實地測量。</p>	<p>1. 學生團隊合作表現，並留意學生在小組的互動及對話。</p> <p>2. 作業單(如附件一)</p>

第五關：黃金比例

主要問題與活動	說明	評量重點
<p>●引起動機 何謂標準身材呢？利用電腦流覽六大學習網數學比例的部份。</p> <p>●主題 ◇1~2 題：紀錄組成員間的身高、長邊，以計算比例。並比較同學間何者最接近黃金比例。 ◇進階題：找找看，帕德嫩神廟和鸚鵡螺的黃金比例在哪裡？</p>	<p>這是本活動學生經常感到最困難的一關，教師多鼓勵學生利用實際操作解決問題。</p>	<p>1. 學生團隊合作表現，並留意學生在小組的互動及對話。</p> <p>2. 作業單(如附件一)</p>

第六關：地磚的棋子遊戲

主要問題與活動	說明	評量重點
<p>●引起動機 8×6 的棋盤方格必勝的秘訣為何？。想一想，若改成 9×7 的方格必勝秘訣又為何？</p> <p>●主題 ◇1~3 題：玩一玩，觀察棋盤方格必勝的訣竅。 ◇進階題：是否可以將棋盤左半利用跳棋方式移到跳其右半呢？</p>	<p>教師可示範一次如何玩，接著讓學生自行觀察並思考有無必勝訣竅。</p> <p>大部分學生多能找出必勝的訣竅。 學生都會覺得左半棋子應該要能全部移到右半，會思考並遲疑許久才會在學習單上寫下最後的結果。</p>	<p>1. 學生團隊合作表現，並留意學生在小組的互動及對話。</p> <p>2. 作業單(如附件一)</p>

四、評量方式

(一)闖關成績

每道題目後面的☆表示題目的難易度，☆數愈多難度愈高。累計答對題目的☆數，再加上關主的加減☆，即為小組的闖關成績。其中：50個☆-每位組員獎勵卡三張，外加珍奶一杯；45個☆以上-每位組員獎勵卡兩張，外加珍奶一杯；40個☆以上-每位組員獎勵卡一張，外加珍奶一杯。另外，榮獲精神總錦標之小隊每位同學皆可獲得精美小禮物。給予學生立即性的回饋，學生學習動機會強烈喔！

(二)總成績

依互評平均 30%、活動過程表現 20%、分組報告 20%及書面報告 20%比例，計算出各組的總成績，教師可將該成績納入平時分數計算。

參、結論

數學步道的活動是藉闖關活動的教育方式進行。因為，真正的數學，並不是如大家想像中的枯燥乏味，而是無時無刻不環繞在我們生活四周的，為了使學生更了解何謂數學的真正用途，於是我們以學生每天接觸的高英校園內已有事物來當作我們的輔具。

透過數學步道活動的學習與表達，能讓教師看見學生更多的「想法」，並藉由書面化與影像化能看見學生在活動中成長與學習，我想這就是教育的目的與意涵之一。走了一遍校園數學步道後，期盼能帶給學生數學生活化！讓學生知曉原來數學可以是這麼有趣、這麼生活化！建議教師們設計校園數學步道時，可參考以下方式進行：

