

# 數學學習障礙與數學頭腦體操遊戲之探討

作者：

林美君老師。私立高英高級工商職業學校。

## 壹、前言

數學乃科學之母，其可以訓練我們抽象思維和邏輯推理的習慣，這是解決問題必備的基礎能力。在數學的教學過程中，筆者發現了有數學學習障礙的學生(簡稱數障生)，而這些學生，因潛伏着語文能力、視知覺能力、注意力和數學能力等缺陷的，導致於他們在學習數學時出現了困難，因此，為了增進他們的數學學習力，可以透過一些遊戲來引起他們學習的動機，讓他們克服對數學的恐懼，進而願意去學習。數學頭腦體操遊戲是種最常用於增進數學學習動機、創造力訓練以及激發解題能力有關課程和教學的活動，它不僅有效且合乎人性需求，所以在課程的安排與解題的設計上，最適合融入和推行。本文擬從數學學習障礙開始探討，進而對數學頭腦體操遊戲的功能加以說明之，接著說明數學學習障礙與數學頭腦體操遊戲之結合並舉例說明相關活動遊戲，以驗證遊戲的價值，最後，提出建議作為數學頭腦體操遊戲融入數學課程之參考，期望能對數學學習障礙生在數學的學習上有所助益。

## 貳、正文

### 一、數學學習障礙

數學學習障礙的學生是指一些智力正常的學生但在學習和運用數學概念、數量及符號時有明顯困難，並兼有計算、推理和解決問題等能力的不足的學生。這些數學學習障礙，常常導致於他們的數學學習成績顯著較一般學生差(楊坤堂，2007)。再者，有其他學者認為數學學習障礙是指一些學生在標準化個人測驗中，其表現顯著低於個人的發展年齡、智力及所屬年級應有的程度，而這些差異的形成都與他們的語文能力、視知覺能力、注意力缺陷和數學能力缺乏有關(黃瑋苓，1995)(孟瑛如，1999)。總而言之，有數學學習障礙的學生(簡稱數障生)很大可能是潛伏着語文能力、視知覺能力、注意力和數學能力等缺陷的，而這些缺陷也正是導致他們在學習數學出現問題的關鍵因素。以下分四部分說明之。

#### (一)語文能力缺陷方面

有語文能力缺陷的學生，往往在了解或表達數學常用詞彙、關鍵字及概念方面都出現很大問題，例：他們不能夠理解文字題的題意，判斷題目涉及甚麼數學概念。再者，加上粗心大意，大多數的數障生都不能夠正確地列出與問題相關的數學式子。

#### (二)視知覺能力缺陷方面

有視知覺能力缺陷的學生，每每在辨識或閱讀數字與數學符號、分類等能力都出現了困難。一般而言，視知覺的缺陷會直接影響數障生能否判斷距離、空間的準確性；部份數障生更因這缺陷不能了解物件不管放在任何角度、距離，都是不變的；這反映出他們未能完全掌握「守恒」概念。視知覺能力亦會影響數障生能否作出形狀配對、形狀命名和圖形區辨的能力。一般而言，有視知覺能力缺陷的數障生對非標準圖形的辨識水平較低。例：一般有視知覺能力缺陷的數障生大多認為梯形相互平行的一組對邊一定是處於水平方向的，而且上底比下底短，因此，在教學的過程中，老師要充分進行「變式」練習，讓學生多觀察不同形狀、擺放在不同角度的梯形，使圖形大小、位置等有多些變化，以便學生能區分平面圖的本質特徵和非本質特徵。

#### (三)注意力缺陷方面

注意力缺陷就是俗稱的過動活躍症(Attention-Deficit/Hyperactivity Disorder, ADHD)，簡稱ADHD。患有這注意力障礙的數障生大多會在學習上常犯下列問題：

1.粗心大意，常導致不必要的計算錯誤；2.在不適當的時間會到處亂跑，常常無法完成指定的課堂活動；3.愛說話，不依指示進行學習活動；4.容易分心，不能專心地上課。

再者，由於他們過度活躍及衝動，他們會很容易與同學發生爭執。上列問題，每每導致他們不單在理解數學概念、甚致在抄寫數學算式、運算步驟、檢視運算結果和進行小組學習

時都出現問題。因此，在教導這些患有注意力障礙的數障生，老師們需更有耐性和愛心。對他們的不小心犯錯，要多包容；對他們的不守秩序，要耐心的加以糾正；對他們的不專心學習，要多運用教具、透過具趣味性的活動來啟發及提升他們學習的興趣。

#### (四)數學能力缺陷方面

有數學能力缺陷的數障生，大多在理解抽象的數學概念時會出現問題。此外在處理一些類比、歸納、推理、演繹等問題時，他們遇到的困難更加嚴重。Miller and Mercer (1997) 和 Lerner (2003) 經過分析，歸納出一般數障生在學習數學時，大多都會遇上語言和閱讀能力的困難、認知學習困難及數學焦慮等問題。郭靜姿、許慧如、劉貞宜、張馨仁和范成芳 (2001) 則把這些數障生在解題時常見的學習困難歸納為：數學概念不足、計算錯誤、數學語言表達困難、記憶能力缺陷、注意力缺陷、抽象推理困難和學習態度低落等等。當我們了解了什麼是數學學習障礙生後，該如何提升他們在班級的環境中，去有效的學習到數學，便成了我們數學老師的另一個重要的任務。

### 二、數學頭腦體操遊戲

教育心理學家Erikson曾言：學生在進行頭腦體操就如大人在作畫一樣，可以有頭有尾的專心地將事情做好。我們可以從此歷程中看到他們如何解決問題，以及他們做錯了什麼。數學頭腦體操遊戲是我們對學生如何學習情感處理的視窗，也是告訴我們學生如何成長的診斷工具；數學動腦體操遊戲具有表達創造力的功能；也具有解析問題的作用。Stoll(1971)將遊戲定義了五種標準：自由從事的、具有挑戰性的、規則結構的組織、與真實世界區隔的、具社會性的功能；Bright, Harvey and Wheeler 則依據Stoll 的標準，對遊戲的時空限制加以延伸，增加二個標準，即有限制的時空及有限制的步數(Bright, Harvey & Wheeler, 1985)。Johnson 等則提出遊戲是歡笑、愉悅和歡樂的，它對參與學習者是有正面意義的。沒有外在的目標，它是出自於內在動機的。參與者只注重數學動腦體操遊戲的過程，而不注重它的結果。是自願的，參與者可以自由參與和選擇遊戲。參加者都主動投入，參與遊戲不是單一、獨立的行為，它和其他方面有密切關係，例：提升數學學習動機、創造力、解決問題的能力、語言學習能力及社交技巧...等(郭靜晃譯，1992)。學者觀點不同，但從其功能比較，卻皆具有正面積極的意義。數學遊戲的歷程對提升數學學習動機、創造力的啟發與數學概念的習得和應用而言，可以表達什麼功能？根據參與者的遊戲行為觀察，發現不外乎有認知、感情、人際關係與解決問題四種功能 (Russ,2004)：

#### (一)認知歷程功能

- (1) 組織：說故事的能力，伴隨著邏輯的時間順序以及原因和效果的指示，用不同的敘述進行細節與複雜性的思考。
- (2) 擴散思維：能產生不同理念、故事議題和符號的能力。
- (3) 象徵性：能夠將普通的事物轉換到另外事物表徵的能力。
- (4) 迷戀/假裝：能夠在不同的時間或空間，產生一種「似乎」的遊戲行為。

#### (二)感情歷程功能

- (1) 情感的表達：能表達在遊戲情境中的感情狀態，包括正面和負面感情。
- (2) 舒適及享受：能從遊戲經驗中獲得享樂和流連忘返能力，以及在遊戲情境中經歷喜悅和快樂的能力。
- (3) 情感的調整和感情的模塑：能包容及調整正面和負面情感的能力，並包含了認知與感情兩種歷程。
- (4) 感情的認知整合：能將感情融合認知的能力，能在認知情境和敘事中表達感情。

#### (三)人際關係歷程功能

- (1) 同理心：能夠表達他人的關心和照顧。
- (2) 人際間的基模/自我和他人的表徵：能夠區別自我與他人發展的程度和信任他人的能力。
- (3) 溝通：能夠與他人進行溝通的能力，以及向對方表達情感和理念。

#### (四)問題與衝突解決的歷程功能

- (1) 面對問題和衝突：能夠發現產生解決問題的方法。
- (2) 解決問題與衝突的化解：能夠進行執行及解題的能力，並且嘗試有效的解題方法。

### 三、數學學習障礙與數學頭腦體操遊戲之結合

有數學學習障礙之學生，可以透過數學頭腦體操遊戲來增進其對數學的學習動機，數學頭腦體操遊戲是有價值的，它可發展學生物理的知識、良好的動作技巧、象徵行為、語言和溝通、整體的動作技巧、社會化以及情感的發展。分下列四個部分來作探討：

#### (一)語言能力缺陷方面

在此方面，可以利用具體的數學教具及配合情境作數學頭腦體操等角色扮演之遊戲，希望藉此幫助數障生理解題目的內容及其涉及的相關數學概念。老師其後依這模式進行教學，效果不錯。教師可透過角色扮演遊戲，從具體(角色扮演遊戲)至抽象(逆思)的漸進式教學，這種教學模式可以讓學生從最基礎真實的部分開始學起，逐步把具體的情境內容過渡至抽象的數式列舉。這種教學方式能令有數學學習障礙學生有效地掌握抽象的數學概念。

#### (二)視知覺能力缺陷方面

在記憶能力缺陷方面，可從短期記憶、長期記憶和序列記憶這三方面來看。正如Bley and Thornton (2001)和楊坤堂 (2007) 所言，短期記憶的缺陷會令數障生很快忘記教師剛才所教授了的內容；而長期記憶的缺陷則會令他們無法回憶起所學習過的基本數字關係、數學概念和計算步驟等等；這些能力缺陷每每導致他們在列式及運算上造成錯誤。至於序列記憶的缺陷，則令他們無法按步驟完成複雜的計算題。此時採用頭腦體操遊戲教學法，讓學生們能在愉快、不沈悶的氣氛下完成活動，更在不知不覺間記頌了很多不同的數學概念。正如孟瑛如 (1999)指出，這類活動不單能夠提升學生的學習動機，也可以透過實際經驗來培養學生理解問題和解決問題的能力。在活動過程中，教師可讓學生多玩幾次，透過不斷的反覆練習，有助於增強他們的短期記憶和長期記憶。畢竟遊戲是學生最樂於參與的教學活動之一，它不但可以激發學生的學習興趣，而且又可以深化學生對教學內容的記憶，在不知不覺間達到愉快學習的效果。所以喻學習於遊戲，不失為一個好的教學模式。

#### (三)注意力缺陷方面

患有這注意力障礙的數障生大多亦會出現在學習態度低落的問題，如不喜歡學習、對學習沒有興趣、有數學焦慮。楊坤堂 (2007)和Lerner (2003)認為學習態度低落的學生大多是基於個人信念不足、動機低落、過份焦慮和使用不當的學習方式，以致他們的數學學習產生嚴重的障礙。事實，部份成績差劣的數障生，雖然其個人學習能力或數學理解能力都是沒有問題的，但他們卻有注意力缺陷，也就是一般俗稱的過動活躍症。經分析他們的學習態度因素，發覺數學焦慮是影響這類學生學習的最重要癥狀，尤其是當他們遇上數學問題或進行數學測驗時，他們會變得愈來愈焦慮和慌張。結果，他們在數學成績長期差劣下，便逐漸失去信心學習數學。教師編寫評估練習時應由淺入深，讓他們透過完成較淺易的生活化題目來建立他們的成功感，繼而挑戰較深的題目(香港教育署數學組 (2001))。

再者，在設計題目時，少用繁複的多位數來擬題，從而減少學生在運算過程中出錯的機會。且教師應多運用鼓勵語來重建這類學生的學習信心。事實上，每個學生都希望自己的表現能得到別人的認同和肯定，學習態度低落的學生也是一樣的，由於他們的成績較一般學生差，因此給老師讚賞的機會便很少。教師不妨對他們的要求降低一點，評估他們的表現時也盡量不和其他同學作比較，應就他們是否有進步為出發點，當他們有改進時，便給予正面的鼓勵，例如說：「你有進步了，表現很棒！」。對學生而言，這簡單的鼓勵比其它物質的獎勵更為重要，它能給予這類學生更大的動力，讓他們繼續堅持地學習下去。另一方面，教師亦可利用正面的說話把學生本身的不足之處說出，如「我知道你行的，只是一時粗心吧！以後計算完後，小心驗算一下答案，便不會出現這些問題」。這樣就不會影響他們的學習情緒。

#### (四)數學能力缺陷方面

數學概念是抽象的，是需要經過思考、分析才能理解領會得到的。但一般有數學能力缺

陷的數障生大多在理解、分析抽象的數學概念時會出現困難，作為老師，我們應多花心思，多運用教具及情境，設計適合他們的教材。這對幫助他們理解抽象的數學概念是很有幫助的。教師可利用情境故事及以數線作教具等，設計適合的遊戲，幫助學生理解抽象的數學概念。

以下舉例兩個數學頭腦體操遊戲，讓我們在面對有數學學習障礙之同學時，可以運用之，以增進這些數障生之學習動機：

#### (一)活動主題：對稱剪紙頭腦體操遊戲

##### 1.尋找對稱字

本活動以小組競賽方式進行，各組一塊白板及一枝白板筆，由教師佈題，學生在指定時間內寫出符合題意的答案，最後得分高的小組獲勝。

教師佈題：

- (1) 寫出僅有上下對稱的國字
- (2) 寫出僅有左右對稱的國字
- (3) 寫出上下左右皆對稱的國字
- (4) 寫出僅有上下對稱的英文字母
- (5) 寫出僅有左右對稱的英文字母
- (6) 寫出上下左右皆對稱的英文字母

##### 2.二聯字的對稱剪法

教學準備：色紙數張、剪刀、筆

- (1) 由教師先行示範二聯字的成品〈大〉，並讓學生想想是怎麼剪出來的。
- (2) 未示範剪法前先讓學生試著剪剪看，若有學生能正確剪出二聯字，則可讓學生上台示範正確剪法。
- (3) 示範剪法：
  - a.中線對折法
  - b.對角線對折法
- (4) 讓學生思考為何有些同學剪出來的作品是分離的，原因出在哪裡？  
說明：對稱軸之處即為兩字連接的關鍵處。

##### 3.創意剪紙

##### 1.對稱連字集錦

本活動以小組競賽方式進行，各組一塊白板及一枝白板筆，由教師佈題，學生在指定時間內寫出符合題意的答案，最後得分高的小組獲勝。

教師佈題：

- (1) 語詞篇：找出兩個字都是對稱字的語詞  
例：天干、雷雨、大夫、文章、中文、大水、基本、出門、日本、量筒
- (2) 姓名篇：找出姓名中的字都是對稱字的姓名  
例：王金平、王菲、王中平、林木山、黃貫中、余天
- (3) 成語篇：找出四個字都是對稱字的成語  
例：三羊開泰、大同小異、開門見山、三三兩兩、四大天王、水火不容、十全十美

此數學頭腦體操遊戲可以對數障生在語文能力缺陷、視知覺能力缺陷、注意力缺陷及數學能力缺陷等方面，皆能有助於增進其對數學的學習動機。

#### (二)活動主題：月曆縱橫刪頭腦體操遊戲

運用手邊的月曆，在「昌爸數學工作坊」的網站中有一個數學動腦體操遊戲-「縱橫刪」。運用了數學「對稱圖形」及「等差數列」單元來進行研究，探討數字和的奧妙。

1.教師佈題：

- (1)在月曆上任取一方陣，探討其縱橫刪的解法有幾種。
- (2)探討月曆縱橫刪的數字和與四角數和的關係為何，並找出公式。
- (3)在一個4x4 的方陣中，當橫列及縱列的四個數字均為等差數列時，探討縱橫

刪的四數和與四角數和的關係為何。

(4)進一步研究縱橫刪的四數和除了與四角數和有關之外，是否與這個方陣的其他四個數字和相關？

從遊戲中可以發現：在任何一年的月曆上任取 $4 \times 4$ 方陣，不管如何縱橫刪，所剩餘的四個數字和均等於該方陣的四角數和： $(X) + (X + 3) + (X + 21) + (X + 24) = 4X + 48$ 。而除了在月曆之外，只要在一個 $4 \times 4$ 的方陣中，當橫列及縱列的四個數字均為等差數列時，縱橫刪所剩餘的四個數字和均會等於該方陣的四角數和。以此類推，可延伸月曆魔方陣的玩法，在月曆上任取 $2 \times 2$ 的方陣，這4個數字的總和為何？ $X + X + 1 + X + 7 + X + 8 = 4X + 16 = (2X + 8)$ ，可以代入公式：縱橫刪數字和 $\times 2$ ；若在月曆上任取 $3 \times 3$ 的方陣，這9個數字的總和為何？

$$X + X + 1 + X + 2 + X + 7 + X + 8 + X + 9 + X + 14 + X + 15 + X + 16 = 9X + 72 \\ = (3X + 24) \times 3 = (X + 8) \times 3 \times 3 = (X + 8) \times 9, \text{ 可以代入公式：縱橫刪數字和} \times 3$$

此數學頭腦體操遊戲可以對數障生在語文能力缺陷、視知覺能力缺陷、注意力缺陷及數學能力缺陷等方面，皆能有助於增進其對數學的學習動機。

### 參、結論

有數學學習障礙的學生在學習數學的過程中所面對的學習困難通常皆是多樣性的，因此我們必須找出他們的學習弱點，進而提供適切的頭腦體操遊戲之數學教學，讓他們可以有效地進行學習。總體而言，由於數學內容是一環扣一環的，數學學習大多是利用[已知]學習[未知]，因此，有數學學習障礙的學生若未能掌握剛學了的數學概念，而教師又未能及時進行輔導教學便教授新的知識，這肯定對他們的學習有負面的影響。故基於此，教師必須認真地看待數學學習障礙生的問題，並就這些學生不同學習障礙，提供適當的數學頭腦體操遊戲之教學。正如Bley and Thornton (2001)所言，有數學學習障礙的學生仍是有能力學習數學知識的，只是他們的學習方式跟正常學生不完全相同而已，因此合適的數學頭腦體操遊戲之教學，肯定是能夠提升他們的數學成績。

數學動腦體操遊戲融入數學課程之教學，除了可以激發數障生在認知、情意、社會和問題解決方面的功能外，最重要的能協助學生發展自我強化以及引起其數學學習動機，支持和持續學生全人的發展以及遊戲帶來的效能。數學頭腦體操遊戲融入數學課程及教學如何才能有益於自我強化和有效的引起數學學習動機？有以下的建議：

- 一、對於數障生認知能力的發展，提供充分的數學頭腦體操遊戲的機會，包括充裕的時間、合作討論的對象和材料資源。
- 二、鼓勵數障生嘗試與挑戰，建塑數學體操遊戲歷程中特殊的策略和合適的自我強化機會，肯定自我並實現自我。
- 三、鼓勵數障生將其發現公開並與他人分享，提供學生表現機會，增強其解決問題的信心。
- 四、提供相關經驗的問題情境，遷移並轉化其解題能力，以增加數學體操遊戲解題策略在自然的環境下的效果。
- 五、數障生解題過程的認可並讚美其解題策略，少批判和嘲笑，確定個體對數學遊戲產生的原初性和創造力價值的辨識。
- 六、教師應適時的運用數學頭腦體操遊戲融入教學，以激發數障生學習數學的興趣和提升學生解題的策略和技巧。

總而言之，若能善用數學頭腦體操遊戲來進行數學教學，如此一來，對於那些有數學學習障礙之學生(數障生)，必能讓他們克服對數學學習的恐懼以及有效地增進其對數學的學習動機。

## 參考文獻

- 一、洪淑惠(2011)。THE BEST 益智數學—邏輯篇。台北市：宇林文化。
- 二、趣味代數、趣味數學、生活數學。取自昌爸工作坊—數學網站：<http://www.mathland.idv.tw/>
- 三、孟瑛如 (1999)。資源教室方案—班級經營與補救教學。台北：南圖書出版有限公司。
- 四、香港教育署數學組 (2011)。中學數學科輔導教學。香港：政府印務局。
- 五、胡光錫、晉泉增 (1990)。中學數學學習心理與教學。北京：光明日報出版社。
- 六、教育署教育服務科 (2009)。中學加強輔導教學計劃指引。香港：政府印務局。
- 七、郭靜姿、許慧如、劉貞宜、張馨仁與范成芳 (2001)。數學學習障礙之鑑定工具發展與應用研究。特殊教育研究學刊，21，135-163。
- 八、黃瑋苓 (1995)。淺談數學學習障礙。台東特教，23，48-53。
- 九、楊坤堂 (2010)。數學學習障礙。台北：五南圖書版有限公司。