

篇名：  
折紙與數學

作者：  
私立高英高級工商職業學校。李芳俞老師

## 壹●前言

根據文獻記載，追溯到西元 583 年前，摺紙藝術已經存在，透過摺紙藝術，除了拾起我們的兒時回憶，也產生了以不同涵蓋數學為本的學術研究，學生可以透過摺紙活動，學習有關正多角形定義、分數、平方根、函數與小數等數學理論；從賞玩摺紙的學習過程中，能使抽象的數學理論更容易被理解，也藉著輕鬆的教學方法，把數學知識傳授至學生。而要瞭解摺紙的數學內涵，我們就得先從古希臘三大幾何作圖難題談起。

## 貳●正文

### 一、古希臘三大幾何難題

大約西元前 387 年柏拉圖於希臘雅典設立哲學學院時，即訂定「對幾何無知者，禁入此地」(Let no one ignorant of geometry enter here) 的門檻。西元前 300 年左右，亞歷山卓學派的歐幾里得，更對探詢學習幾何捷徑的托勒密國王直言：「幾何之道，無王者之路」(There is no royal road to geometry)。這兩句話突顯出幾何在當時古希臘社會的雙重角色，一是神聖的，是通往最高真理的途徑；一是庶民的，無論尊卑貴賤，其入門基準點都相等。就是在這種「自卑得以登高」的學習氛圍之下，幾何從解決土地測量問題的一種實用工具，逐漸進階成探索抽象世界的一種智識樂趣，因此，古希臘三大幾何作圖難題於焉而生。

所謂古希臘三大幾何作圖難題，分別是「化圓為方」、「倍立方體」和「三等分角」，這三個問題的共同限制是作圖時，只能使用圓規和沒有刻度的直尺。「化圓為方」問題是給定一個已知面積的圓，如何作出一個正方形，使這正方形面積和已知圓的面積相等；「倍立方體」問題要求作出一個正立方體使其體積為另一個已知正立方體體積的兩倍；「三等分角」問題求問如何三等分任意已知角。幾何學是古希臘數學的主流和基礎，而三大幾何作圖難題其題目敘述的簡單性和解法的挑戰性，無疑吸引無數數學家競相投入。這其間雖然有一些近似解法出現，但或多或少都與遊戲規則相牴觸，所以，一直懸而未解，因而成為古希臘幾何著名的三個不可能。

### 二、折紙的起源

「折紙」源於中國，但是長期以來並沒有引起人們的重視，我們也找不到相關的文字與出土文物來支持這個論點。

相傳在公元前二百年左右東漢蔡倫發明造紙，由此推斷中國人是最早從事折紙活動的，它主要被用於一些祭禮活動中，如一些經典的折紙作品：元寶、方鼎、寶塔、官帽及紙船等。唐玄宗天寶十年，中國軍隊在「坦邏斯戰役」中遭到了阿拉伯軍隊和突厥聯軍的包圍，大約有兩萬多士兵被俘虜，其中包括很多造紙工匠，造紙技術也就是在這時候傳入了阿拉伯世界。隨後的一個世紀裏

，處於文化鼎盛時期的阿拉伯人獨立發展了折紙藝術，他們為折紙所做的最大貢獻在於，將歐洲幾何學原理運用到折紙中，並且利用折紙來研究幾何學，這是折紙與數學相結合的開始，不過由於宗教的關係，阿拉伯人禁止崇拜偶像，不允許族人折「紙人」，而在同時期的日本，折紙的主要形式則是「紙偶」。

折紙是一種藝術形式，其歷史可追溯到公元五世紀，當佛教的和尚從中國經過朝鮮東渡去日本時，帶去了許多紙。由於當時紙張是很昂貴的，只能在貴族之間使用，他們用精美的紙張把禮品包裝起來互相送贈，而折紙就成了一些禮儀的一部分。折紙的藝術就是從那時起，一代代流傳下來，也成為日常中不可缺少的事物，這種禮法現仍在婚禮和送禮當中存在。現在折紙的樣式是從室町時代流傳下來的，那時的紙鶴樣式到現在被稱為「傳統折紙」。現在美名為「千羽鶴」，日本人把它作為起到人生幸運和病體康復的象徵，有贈送千羽鶴的習慣。

公元八世紀摩爾人進入歐洲，也將先進的文化科學傳播到了尚處於西哥特人野蠻統治下的伊比利亞半島，歐洲人正是在那時第一次學到了折紙。西班牙人非常喜歡這種折紙藝術，並將之發展成為本國文化的一部分，甚至還傳播到廣大的西屬殖民地，今天阿根廷人對折紙的熱誠，正是始於西班牙統治時期。

### 三、折紙在世界各地的發展

在 1797 年日本就出版有《千羽鶴折形》及《冬之窗戶》等折紙著作。他們把現代折紙藝術家 - 吉澤章先生稱為「折紙之父」，他們把折紙作為一種文化產業來發展。目前全世界對折紙的專業稱謂為“origami”，這是由日文“ori”「折」的發音和“gami”「紙」的發音組成，除了在韓國用“paper folding”之外，基本上全世界都把「折紙」譯作“origami”了。

出生於阿根廷表演飛刀的著名演員 Ismael Adolfo Cerced，原來是通過折紙來保持鎮定，但是他在折紙方面的才華使得他成為少數幾個西方現代折紙的奠基人，並且激勵起了更多的阿根廷人去學習折紙。

從十九世紀開始，在西方把折紙作為教學和科學研究的工具，包豪斯建築學院的 Laszlo Moholy Nagy 創立了用折紙進行建築設計的方法。

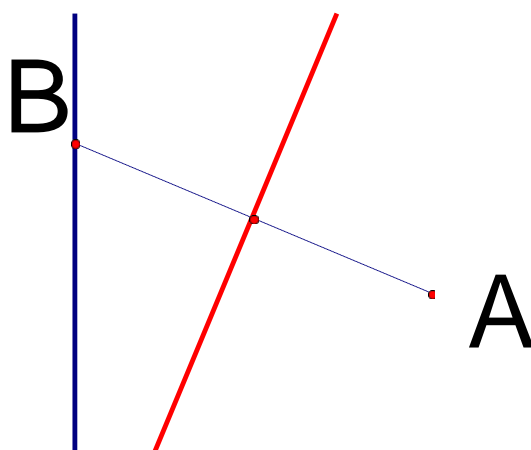
在解決折紙過程中所發現的一些數學之謎，已經發展成為現代幾何學的一個分支。第一任英國折紙協會會長-南非著名的魔術師 Robert Harbin 則把折紙用於他的魔術表演，他在 1956 年出版的著作《Paper Magic》風靡西方，無論對魔術還是對折紙來說，都產生了極大的影響。

大約在十九世紀晚期，第一次《國際折紙學術會議》在巴黎舉行，後來又分別在阿根廷和紐約召開了第二次和第三次會議。從十九世紀晚期到二十世紀，是現代折紙快速發展時期，出現了很多了不起的折紙大師，如日本的吉澤章以及西方的 Ligia Montoya 與 Adolfo Cerceda 等。

#### 四、折紙在高中數學的應用

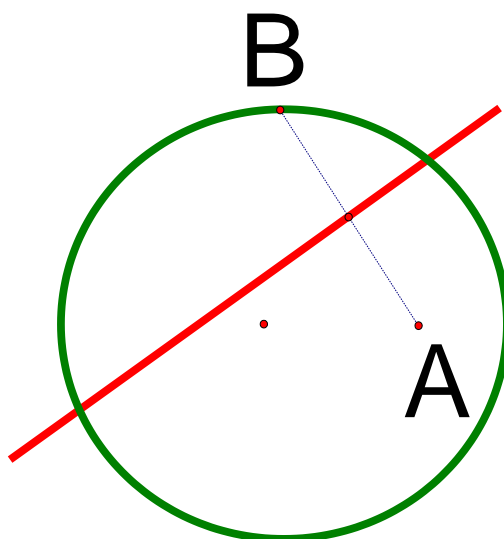
##### 拋物線

1. 給定一直線
2. 給定線外一定點 A
3. 任取定直線上一點 B
4. 摺 A 至 B 得一摺痕
5. 改 B, 重複 3.4.
6. 觀察摺痕包絡



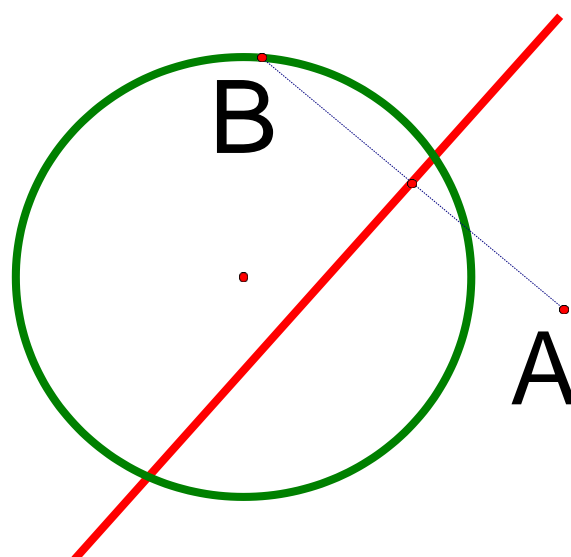
##### 橢圓

1. 給定一圓
2. 給定圓內一定點 A
3. 任取定圓上一點 B
4. 摺 A 至 B 得一摺痕
5. 改 B, 重複 3.4.
6. 觀察摺痕包絡



##### 雙曲線

1. 給定一圓
2. 給定圓外定點 A
3. 任取定圓上一點 B
4. 摺 A 至 B 得一摺痕
5. 改 B, 重複 3.4.
6. 觀察摺痕包絡



### 參●結論

幾何很難學嗎？為了提升學生學習興趣，用「摺紙玩數學」的創新教法，讓學生從摺紙學會對稱、抓重心，還可以證明畢氏定理，也幫助建立幾何空間概念。對許多空間觀念不強的學生來說，學習幾何如同掉進迷宮，別說弄不懂角和線的關係，還要應付各項定理和三角函數，所以不少學生會抱怨幾何是整人玩意，數學難在需要很強的理解力，偏偏有些觀念在日常生活中不易遇到，學生因而無法理解。

摺紙應用在幾何的教學效益，相當明顯，學生可以在摺紙過程中，了解角度和對稱的關係，理解什麼是平行線、什麼是等邊三角型，以及正方體的展開圖、三角錐的立體結構等。

### 肆●參考文獻

李國偉(2008).《摺紙與幾何作圖》。

康明昌(1984).〈幾個有名的數學問題(二)：古希臘幾何三大問題(上)〉，《數學傳播》8(2): 2-8。

康明昌(1984).〈幾個有名的數學問題(二)：古希臘幾何三大問題(下)〉，《數學傳播》8(3): 2-9。