

數學知識面面觀

任教科別：數學科 作者：劉宗豪 老師

摘要

古代哲學家兼數學家普洛克拉斯說：「哪裡有數，哪裡就有美。」數學不是奇形怪狀，也非虛擬空間之數，是存在我們生活周遭處處可見之處，屬於平易近人中又充滿著智慧的。

壹、前言

在我們周遭處處看得見數學的蹤影，而面對生活中種種問題也常需要用到數學方面，甚至從小到大在課程裡數學這一門課也從未缺席過。那麼，在學習成長的過程中，我們是否都能清楚明白知道所學得的內容為何物？又或者心中存在許許多多不解之處呢？

有關數學方面的知識無遠弗屆，在此也無法一一鉅細靡遺地列出，僅針對部分數學相關知識來做說明與分享。

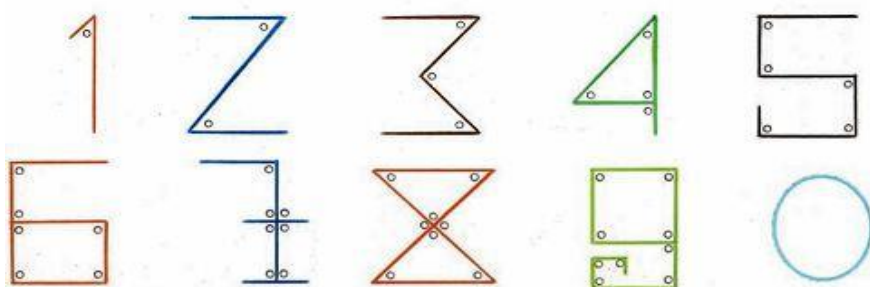
貳、正文

一、阿拉伯數字的起源

不論在何時何地經常會使用到 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9 這些數字，我們稱為「阿拉伯數字」。但是，阿拉伯數字並不是阿拉伯人所創造的，而是在 3 世紀時由印度科學家巴格達所發明的。

後來，由於東方與西力來往做生意的人多了，印度數字由印度商人傳入了西班牙。西元八世紀時，西班牙和阿拉伯人打起仗來，侵入西班牙的阿拉伯人感到這種數字很簡單，就把它學了回去，後來又把它傳到歐洲。

一開始這 10 個數字是根據每一個數字原本寫法的夾角數目來定義，例如 1 在當初是一個像鉤子形狀的符號，擁有一個夾角；像 3 就擁有三個夾角等，如同以下圖示：



二、負數

在生活中常見有正反兩方的相對數，古時人們在做生意時會有賺有損，慢慢的在無形中就產生負數的概念，後再有學者於書上提及，進而誕生了負數。

最早對負數作完整介紹的中國古算書——「九章算術」中記載，負數產生的原因，是由於在解方程組時，經常會有小數減大數的情況發生，為了使方程組得以續解下去，數學家便發明了負數，使得「小數-大數」變得有意義。

在《九章算術》中《方程》此章就引入了負數（negative number）的概念和正負數加減法的運算法則，在某些問題中，以賣出的數目為正（收入），買入的數目為負（支出）；餘錢為正，不足錢為負。在關於糧谷計算中，則以加進去的為正，減掉的為負。「正」、「負」這一對術語從這時起一直沿用到現在。《九章算術》中的正負數加減運算法則：

1. 同名相除： $a-b = a-b$ ， $(-a)-(-b) = -(a-b)$
2. 異名相益： $a-(-b) = a+b$ ， $(-a)-b = -(a+b)$
3. 正無入負之： $0-(+b) = -b$
4. 負無入正之： $0-(-b) = +b$
5. 異名相除： $a+(-b) = a-b$ ， $(-a)+b = -(a-b)$
6. 同名相益： $a+b = a+b$ ， $(-a)+(-b) = -(a+b)$
7. 正無入正之： $(+a)+0 = +a$
8. 負無入負之： $(-a)+0 = -a$

三、質數

1. 定義：在大於1的自然數中，除了1和該數自身外，無法被其他自然數整除的數。大於1的自然數若不是質數，則稱之為合數。
2. 特別規定，1既不是質數也非合數。
3. 試除法：測試n是否為質數的最基本方法為試除法。此一程序將n除以每個大於1且小於等於n的平方根之整數m。若存在一個相除為整數的結果，則n不是質數；反之則是個質數。實際上，若 $n = ab$ 是個合數（其中 a 與 $b \neq 1$ ），則其中一個因數 a 或 b 必定至大為 \sqrt{n} 。例如，對 $n = 37$ 使用試除法，將37除以 $m = 2, 3, 4, 5, 6$ ，沒有一個數能整除37，因此37為質數。此一程序若能知道直至 \sqrt{n} 的所有質數列表，因為試除法只檢查m為質數的狀況，所以會更有效率。例如，為檢查37是否為質數，只有3個相除是必要的（ $m = 2, 3, 5$ ），因為4與6為合數。

四、圓周率 π

1. 為一個圓的周長和其直徑的比率，約等3.1415926535897932384626...。它在18世紀中期之後一般用希臘字母 π 指代，有時也被拼寫為「pi」。
2. 在中國，首先提出圓周率觀念的人是數學家劉徽，他提出「割圓術」，又稱為「徽率」。「割圓術」僅用內接正多邊形就確定出圓周率的上下界，比起阿基米德用內接同時用外切正多邊形簡捷許多，雖然割圓術的提倡比阿基米德提出相關定理要晚許多。
3. 在《隨書●律曆志》中提到，南宋徐州祖沖之已能算出 π 的8為可靠數字，而且在世界上保持9百多年之久。他在圓周率上有兩大見解：

(1) $3.1415926 < \pi < 3.1415927$

(2) π 的兩個近似分數，約率為 $\frac{22}{7}$ ，密率為 $\frac{355}{113}$ 。

4. 此後，許多的數學家開始投入 π 的相關精確小數點後的位數，阿拉伯數學家凱西在 15 世紀初求得 17 位精確小數值，終於打破祖沖之所建立的 8 位精確值。德國數學家魯道夫於 1596 年算至 20 位小數值，後又於 1610 年算到小數後 35 位數，該數值被以其名字命名為「魯道夫數」。
5. 隨著科技時代的來臨，電腦的問世使得 π 值計算有了極其大的突破。1949 年美國馬里蘭州亞伯丁的軍隊彈道研究實驗室首次利用電腦計算 π 值，一下子就算至 2037 位小數值。之後一直至今， π 的小數值不斷地被人們精算出，已然超過 10 億小數值了，數學家們還是沒間斷過對 π 的探索。

五、分數

1. 在中國古時就有許多關於分數概念的相關記載，《左傳》書中曾提及：春秋時代諸侯的城池，最大不能超過周國的 $\frac{1}{3}$ ，中等的不超過 $\frac{1}{5}$ ，小的不能超過 $\frac{1}{9}$ ；秦始皇時期，制定了一年的天數為 $365 \frac{1}{4}$ 天。經過考證，中國有分數觀念比西方國家早了一千多年。
2. 用分式表示為 $\frac{a}{b}$ 的數(其中 $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$)。在上式中， b 稱為分母而 a 稱為分子，讀作「 b 分之 a 」。
3. 常見的分數類型有：
- (1) 真分數：分子小於分母的分數。
 - (2) 假分數：分子等於或大於分母的分數。
 - (3) 帶分數：一個整數加一個真分數，例如 $Z \frac{a}{b}$ 。
 - (4) 最簡分數：分子是整數，分母是正整數，且分子和分母互質的分數。

叁、結語

古代哲學家兼數學家普洛克拉斯說：「哪裡有數，哪裡就有美。」數學不是奇形怪狀，也非虛擬空間之數，是存在我們生活周遭處處可見之處，屬於平易近人而又充滿著智慧的。

這門大學問囊括著許許多多美味的內容與智慧的寶藏，靜待人們細細品嚐與

挖掘。縱使我們從小至大已學了一些數學單元，但比起完整的數學內容來說，也不過是極其渺小了些。透過不斷的學習努力，除了自身學業上的顧及外，也期盼大眾都能一起來欣賞數學之美，也期許各位能在生活中體會數學知識的奧妙之處。

肆、參考文獻

邢艷 編著。有關數學的 100 個觀念。驛站文化。
維基百科