

數學中的費曼法則

任教科別：數學科 作者：黃健雄

摘要

理察·菲利普斯·費曼（英語：Richard Phillips Feynman，1918年5月11日－1988年2月15日），美國理論物理學家，量子電動力學創始人之一，奈米技術之父。由費曼提出或完善的費曼圖、費曼規則和重整化計算是研究量子電動力學和粒子物理學的重要工具。費曼個性十足，愛出風頭，平易近人且喜愛搞怪，有很多逸聞流傳於世。在1999年英國雜誌《物理世界》對全球130名領先物理學家的民意調查中，他被評為有史以來10位最偉大的物理學家之一。[12]費曼父母皆為立陶宛猶太人，來自白俄羅斯，然而費曼本人是無神論者。

費曼業餘愛好廣泛，如打邦哥鼓、破譯瑪雅文明的象形文字、研究如何撬開保險櫃的鎖及逛脫衣舞廳等。他自己搜羅了不少這類故事，整理成了自傳《別鬧了，費曼先生！》。該書後來成為暢銷大眾讀物。費曼是少數幾個在大眾心目中形象生動鮮活的前沿科學家之一。

壹、前言

理查費曼：老爸教過我，記誦事物的名稱並不是真正的知識

我們想讓你知道的是

我那時沒有體認出父親的偉大。他怎會知道這麼深刻的科學原理，了解科學中蘊含的愛、科學背後的意義，以及科學的價值？我從沒認真問過他，因為我以為做父親的本就該知道這些。

貳、正文：一個科學家的養成

我有一位藝術家朋友，他的觀點有時候我實在難以苟同。他會拈起一朵花說：「看這花多美！」我表示同意。但接著他又會說：「我是藝術家，看得出花的美；你們科學家，卻會想著這花是由哪些部分組成，一切便索然無味了。」我認為他有點神經病。

不說別的，他看得見的美，別人也看得見——當然包括我。我的審美眼光也許不如他，但一朵花的美我總是能欣賞的。另一方面，我在一朵花中所見到的，卻遠比他多得多。我可以想像出花裡的細胞是什麼樣子，而細胞也自有其美。美並不僅存在於肉眼可見之處；微渺的世界裡同樣可尋。

細胞的活動複雜，相關的作用也引人深思。例如花綻放出絢麗色彩，是為了吸引昆蟲為它傳播花粉。這就帶出了一個問題：低等動物是不是也和我們一樣，有審美能力？具備一點科學知識，會引發各種各樣的有趣問題，這只會讓我們在賞花時增添興奮、神祕與敬畏之感，絕不會減損分毫的情趣。

我一向鍾情科學，自年輕時起便全力鑽研。那時我既無時間也無耐心去修習所謂人文課程。大學裡是有些必修的人文課程，我總是能避就避。一直到我年歲漸長，工作比較輕鬆了，我才把觸角伸出一點，開始學畫，讀一些閒書。可是我仍是一個相當片面的人，對人世所知不多。我的智力有限，全投注在一個特定的方向。

我出生前，父親便告訴母親：「如果是男孩，讓他做科學家。」（這裡說得好像只指望男生當科學家，但事實上，費曼的妹妹瓊安有物理學的博士學位）我還坐在高腳椅上的年齡，父親就搬回人家剩下不要的各種顏色浴室小瓷片。我們一起玩，父親在我的高腳椅上排列瓷片，像骨牌般列出陣式，我從末端一推，它們全倒了。

然後，我幫忙重排陣式。不久我們便改採較複雜的排列法：兩塊白的一塊藍

的，兩塊白的一塊藍的，這樣排下去。母親看到了就說：「別整這孩子了，他要擺藍的就擺藍的嘛！」

父親卻說：「不！我要讓他知道什麼叫規律，規律是很有趣的，這是初階數學。」就這樣，他很早即開始向我解說這世界，指出其中的趣味。

家裡有《大英百科全書》。我還很小的時候，他便讓我坐在他腿上，讀《大英百科全書》給我聽。唸到關於恐龍的部分，比方書上講到「暴龍」(Tyrannosaurusrex)，就會有類似描述：「這種恐龍高二十五英尺，頭寬六英尺。」

父親便會停下來，說：「我們想想這是什麼意思。這是說，牠若站在我們的前院裡，頭可以伸到我們二樓的窗戶那麼高。不過，牠的頭可能太大，擠不進我們的窗口。」不管唸的是什麼，他都會盡量轉換成實際可以了解的東西。

想到世上曾經有這樣高的動物，實在讓人既興奮，又著迷——何況牠們全滅絕了，滅絕的確實原因還沒有人知道！我並沒有因此而擔心會有恐龍出現在我的窗前，卻從父親那兒學會了轉換：以後我讀到任何東西，都會設法「翻譯」成實際的例子，了解它真正的意義。

那時候紐約人都喜歡到卡茨基爾山區(Catskill Mountains)去度夏，我們也常去。做父親的只有週末在那兒，週一到週五則都回紐約市上班。我父親週末會帶我到樹林裡散步，講解樹林裡的生態妙趣給我聽。別家做母親的看到了，認為值得仿效，便鼓動自己的丈夫也這麼做，他們不太樂意，轉而央求我父親索性把各家孩子都帶上一一起去。我父親不肯，他說他只跟我有特殊關係。結果是下個週末，別家的父親也都帶著孩子去散步了。

到了星期一，做父親的都回城上班了，我們小孩則聚在一起玩。有個孩子問我：「看到那隻鳥沒有？那是什麼鳥？」

我說：「我不知道那是什麼鳥。」

那孩子說：「那是棕頸畫眉。看來你老爸什麼也沒教你！」

其實正好相反。老爸教過我：「看到那隻鳥沒有？那是一隻會唱歌的鳥（我曉得他不知其名）。在義大利文、葡萄牙文、中文、日文裡，牠各有不同的名字，就算你弄清楚了牠在全世界的稱呼，你對牠仍一無所知。我們不如來看看這隻鳥在做什麼——這比較重要。」所以我很小就知道，記誦事物的名稱並不是真正的知識。

父親說：「你看，那鳥不時要啄啄牠的羽毛。看到沒有？牠一面走來走去，一面啄毛？」

「看到了。」

「你想鳥為什麼要啄羽毛？」

「嗯，也許牠們飛行時把羽毛弄亂了，所以要啄理一下。」

「好，」父親說：「若是這樣，牠們剛飛過之後應該會啄得勤些，而停留在地面一段時間後便不太啄了——你聽懂我的意思嗎？」

「懂。」

「我們來看看牠們剛落地時是不是啄得勤些。」

事實不難看出：並沒有這樣的區別。於是我說：「我認輸。鳥為什麼要啄羽毛？」

「因為有蟲子在咬牠。」他說：「鳥的羽毛會分泌蛋白質，蟲子吃這種蛋白質的薄片維生。」

他進一步解釋：「蟲子的足部有一種蠟質的東西，一種更小的蟲子就吃這個，牠們吃下去後消化不完全，排出一種糖類物質，細菌就靠這個滋長。」

最後他說：「所以你知道啦，哪裡有食物來源，哪裡就有某種形態的生物賴之維生。」

我長大以後，得知寄生在鳥羽毛裡的，不見得是蟲子；父親講述的故事，細節不見得完全正確，但是他告訴我的，原則上都對。

另一次，那時我已經比較大些了，他從樹上摘下一片葉子來。葉片上有斑點，一條棕色的細線，從葉片的中央地帶彎曲延伸到邊緣，形成C字形。

「看看這條棕線，」父親說：「在開始的地方比較細，愈向末端愈寬。這是一種蠅，黃眼睛綠翅膀的藍蠅，牠飛到這片葉子上，產下卵，卵孵化成幼蟲，這毛毛蟲樣的幼蟲一輩子就在吃這片葉子——這是牠的食物來源。牠吃過的地方，留下了棕色斑痕。幼蟲愈長愈大，斑痕愈變愈寬。吃到葉緣，牠已長成成蟲——黃眼睛綠翅膀的藍蠅，飛走了，又到別的葉片上去產卵。」

同樣的，我後來知道他所述的細節不盡確實：產卵的也許是甲蟲，但他努力向我說明的正是生命中最引人的部分——生命的歷程一再重演。不管過程多麼複雜，重點就是再來一遍！

我那時沒有體認出父親的偉大。他怎會知道這麼深刻的科學原理，了解科學中蘊含的愛、科學背後的意義，以及科學的價值？我從沒認真問過他，因為我以為做父親的本就該知道這些。畢竟我沒和別家父親相處的經驗。

父親教我細心觀察。有一天，我在玩有軌玩具車，車裡放了一顆球。我推動小車前進時，注意到球也在移動。我跑去問父親：「爸，你看，我推車向前，球卻向車後滾。我一直推，然後猛的停住，球卻滾向車前。這是怎麼回事？」

「沒人知道是怎麼回事，」他說：「普遍的原理是：移動中的物體傾向於繼續移動，靜止的物體則傾向於靜止不動，除非你用力推。這叫慣性定律，可是誰也不知道為什麼是這樣。」他並不只告訴我名稱，並讓我有深入的了解。

他又說：「你若從側面看，可以看出你是從後面推動小車向球的方向移，球則靜止不動。事實上，從車與球摩擦的那一剎那起，就地面位置而言，球是向前移動了一點，並沒有後退。」

我跑回小車旁，把球放回車內，推動小車。我從側面觀察，看到事情正如父親所言：就地面關係而言，球是向前移動了一點。

父親就是這樣教導我的。他舉各種例證，多方與我討論——慈愛的、引人入勝的討論，不施壓力。這是我在往後的一生裡追求知識的動力，我因此對所有的科學都深感興趣。（至於我在物理學上較有成就，只是碰巧而已。）

可以說，我好比是在童年時得到過某種好東西的人，便終其一生都想再次得到，我像個孩子，一直在尋找那些好東西，我知道我會找到——也許不是每次都能，但常常會找到。

大約就在那時，一位長我三歲的堂兄正在念中學。他的代數很糟，因此家裡請了家教。長輩們准我坐在旁邊，聽家庭教師講解代數。我聽到他在講 X 。

我問堂兄：「你在做什麼？」

「我在求 X 的值，例如在 $2X+7=15$ 這個式子裡。」

「那不是 4 嗎？」

「對，但你是用算術算的，現在要用代數算。」

我慶幸自己不是在學校裡學到代數，而是在閣樓裡發現姑母的舊課本，自己學會的。我領悟到代數的用意就是要求出 X 值，用什麼方法無關緊要。所謂「代數的方法」不過是一套規則，只要照著做，懂或不懂都可過關。這就是堂兄老學不好的原因。

在我家鄉的圖書館裡，有一套數學書，第一冊是《實用算術》(Arithmetic for the Practical Man)，第二冊《實用代數》(Algebra for the Practical Man)，第三冊《實用三角》(Trigonometry for the Practical Man)。(我是在這裡學到三角的，但因了解得不透澈，很快就忘了。)十三歲時，圖書館準備買進《實用微積分》(Calculus for the Practical Man)。我早從百科全書裡得知微積分是很重要而有趣的科目，應該要學。

我終於在圖書館裡看到那本微積分，非常興奮，向館員借出，她卻看著我說：

「你還是個孩子，借這本書做什麼？」

我一輩子少有幾次這樣難堪的經驗。我撒了謊，說是幫父親借的。我把書帶回家，開始自修微積分。在我看來道理相當簡單明白。父親也開始讀這本書，卻看不懂，我努力向他講解。我沒想到他只有這樣的程度，我因此有些困惑不安。這是我第一次知道，在某些方面我已經懂的比他多了。

參、費曼的十大貢獻

1. 費曼物理學講義（1965年）

費曼認為他對物理學最重要的貢獻不是量子電動力學，或超流理論，或極化子，或部分子，他的首要貢獻是三卷《費曼物理學講義》。它們已被譯成10種不同的語言，並且還有四種雙語版。該書起因於20世紀60年代，美國大學物理教學改革試圖解決的一個主要問題是：基礎物理教學應儘可能反映近代物理的巨大成就。這三卷講義中對許多問題的處理，反映了費曼自己以及其他在前沿研究領域工作的物理學家所慣常採用的分析方法。費曼在前言中寫道：「我講授的主要目的，不是幫助你們應付考試，也不是幫助你們為工業和國防服務。我最希望做到的是，讓你們欣賞這奇妙的世界以及物理學觀察它的方法。」全書根據費曼課堂講授的錄音整理編輯而成，因而保留了費曼生動活潑、引人入勝、論述精闢和富於啟發的獨特風格。

2. 弱相互作用理論（1958年）

費曼受李政道和楊振寧於1956年發表的關於基本粒子弱相互作用宇稱不守恆的工作啟發，他與諾貝爾物理學獎獲得者蓋爾曼(M. Gell-Mann)合作，闡述了弱作用的「普適V-A理論」，這裡V代表矢量，A代表軸矢量。提出了「矢量流守恆」的假設，中子衰變的矢量耦合常數與子衰變矢量耦合常數相等。費曼對他的這一成果非常得意，覺得：「這是我第一次發現一條新的定律。」所以，本文把它列在第二位。

3. 路徑積分（1948年）

費曼在1947年春天對他的博士論文進行了整修，使之成為一種普遍性的理論。這篇發表在1948年《現代物理評論》上，題為「非相對論性量子力學的時間—空間方法」的總結性論文，第一次公開闡述他所創立的量子力學路徑積分方法，即把從初始態到終末態的，所有在空間—時間中的可能路徑所貢獻的振幅，都疊加或者積分起來，以構成總振幅。當然，費曼實際上找到了建立量子力學的

一種新方法，有別于海森伯(W. C. Heisenberg, 1901–1976) 1925年建立的「矩陣力學」和薛丁格(E. Schrödinger, 1887–1961) 1926年建立的「波動力學」，可為量子力學的第三種等價形式。

4. 費曼圖 (1962年)

費曼發展了一種圖形技術，能夠大大地簡化微擾計算的分析，這就是被普遍運用的「費曼圖」。在這個圖中，用順時針時間方向的線段代表電子的運動，用逆時針方向的線段代表正電子，即電子的反粒子的運動。由於這是一種相對論性的理論，在圖形中的每個節點的空時坐標，在計算中都要對整個空間時間積分。因此，在對由一個圖形代表的那項的全部積分中，就包括了所有各個節點的時間先後次序各不相同的貢獻。這種方法不僅適用於量子電動力學，即電子與光子相互作用的理論，也適用於介子理論的微擾計算，或者說所有量子場論。

5. 部分子模型 (1968年)

早在上世紀60年代，費曼曾用直觀圖像來描述高能強子之間的相互作用，認為是通過強子內部的組成部分來完成的，他把這些組成部分稱為部分子。1968年8月，費曼來到SLAC實驗小組，人們向他展示電子與質子深度非彈性的反常結果，並告訴他用標度無關性做出的解釋。費曼把質子看成是部分子(類點粒子)的複合體，把電子質子的深度非彈性散射看成是電子與部分子發生彈性散射。其實，費曼的部分子模型與蓋爾曼的夸克模型有異曲同工，他們從不同角度用不同方法達到了相同結論，原來部分子和夸克是一回事。

6. 超流問題 (1957年)

液態氦在溫度2.19 K以下，會發生完全無阻尼的流動，這種現象稱為超流。費曼從1953年到1957年期間研究超流問題。他認為以往的理論不夠完整，因此用路徑積分和量子統計的方法從頭計算。定性預言了在低溫下，系統會從常流體到超流體的相變。

7. 量子引力理論 (1962年)

費曼從上世紀60年代致力於將廣義相對論與量子論結合起來，他堅信引力波的存在。他的工作一方面用關於引力子的量子場論的方法重新給出了廣義相對論的基本方程；另一方面則是進一步對於微擾計算中所涉及的某些關鍵圈圖的發散性質進行討論，對量子引力問題做了基礎性的工作。特別是在1962年，費曼首次用路徑積分處理了引力理論中的規範不變性。

8. 輻射的相互作用理論 (1945 年)

費曼為了消除經典電磁場理論中電子自能無限大的困難，試圖取消電磁場，但又要反映電磁作用的有限傳播速度（光速），這是一種在時間上的「推遲」。他使用一半推遲解，一半超前解，並且假定所有的作用源都被一種完全的吸收體環繞著，輻射阻尼就可以看作是由吸收體的電荷以超前波形式對作用源的一種反作用。在費曼的這種電磁學理論中，既不出現電磁場，也不出現電荷對自身的作用。這一工作的主要部分，是以費曼和惠勒聯名的形式發表在 1945 年的《現代物理評論》。

9. 「曼哈頓」計劃 (1945 年)

費曼與理論物理學家貝特 (H. A. Bethe, 1906-2005) 合作，在核武器的早期階段，推導出適用於任何質量範圍的爆炸效率公式，它一直被使用的現在，被稱為「貝特—費曼公式」。

10. 多學科和社會貢獻 (1945 年-1986 年)

費曼對科學普及有著巨大的成就，他著有四本重要的學術著作：《量子電動力學》、《量子力學與路徑積分》、《光子強子相互作用》、《統計力學》；編寫了《物理定律的本性》、《愛開玩笑的科學家》、《你在乎別人怎麼想？》、《費曼講物理》、《費曼講相對論》等科普著作。

原文網址：<https://kknews.cc/zh-tw/history/on51qmq.html>

肆、結論：所看重的是自己在解決問題過程中的那種愉快

(2018年5月11日)是理察·費曼誕辰100周年的日子。費曼思想的光輝指引著後人：「不做世界的觀光客，而是科教的探險者。」打開Web of Science網，搜索作者名Feynman P R，顯示費曼共發表了48篇論文，截止2018年3月14日(雅稱 π 日，伽利略的忌日、愛因斯坦的誕辰、霍金的忌日)，費曼的論文被引用次數為27496，平均每篇論文被引用572次。顯而易見，費曼不是一個高產的作者，他不信奉「不發表，就出局」的潛規則，所看重的是自己在解決問題過程中的那種愉快，而不介意是否別人捷足先登。費曼把他的一生都獻給了物理學的研究和教育事業。

費曼在基礎物理教育上的投入是無與倫比的。我們今天隆重紀念費曼，是因為他的科研與教學風格彌顯珍貴，尤其體現在他知識豐富、正直幽默、熱愛學生、有弄清任何問題秘密的迫切願望。其中的第三點尤其令人讚賞，這有據可查，費曼對他的秘書海倫·塔克下了一個無條件的命令：「只要是想見我的學生，我都可以見。」無須諱言，費曼先生也有他的另外一個方面：過於表現、富有攻擊性、缺乏尊重(有時讓人不舒服)與合作。一些人會覺得費曼講課具有狂熱激情反而有點累人，繁瑣而不夠簡明。有些東西是不言自明的，不必像他那樣，繞一個大圈子來闡釋。

原文網址：<https://kknews.cc/zh-tw/history/on51qmq.html>

伍、參考文獻

1. Summerson John, Heavenly Mansions: And Other Essays on Architecture (New York: W.W. Norton, 1963) p. 37. "And the same applies in architecture, to the rectangles representing these and other ratios (e.g. the 'golden cut'). The sole value of these ratios is that they are intellectually fruitful and suggest the rhythms of modular design."
2. Livio, Mario. The Golden Ratio: The Story of Phi, The World's Most Astonishing Number. New York: Broadway Books. 2002. ISBN

0-7679-0815-5.

3. Piotr Sadowski. The knight on his quest: symbolic patterns of transition
4. in Sir Gawain and the Green Knight. University of Delaware Press. 1996: 124. ISBN 978-0-87413-580-0.
5. Richard A Dunlap, The Golden Ratio and Fibonacci Numbers, World Scientific Publishing, 1997
6. Strogatz, Steven. Me, Myself, and Math: Proportion Control. New York Times. 2012-09-24.
7. MathWorld 上 Golden Ratio Conjugate 的資料，作者：埃里克·韋斯坦因。
8. Max. Hailperin; Barbara K. Kaiser; Karl W. Knight. Concrete Abstractions: An Introduction to Computer Science Using Scheme. Brooks/Cole Pub. Co. 1998. ISBN 0-534-95211-9.
9. Brian Roselle, "Golden Mean Series"