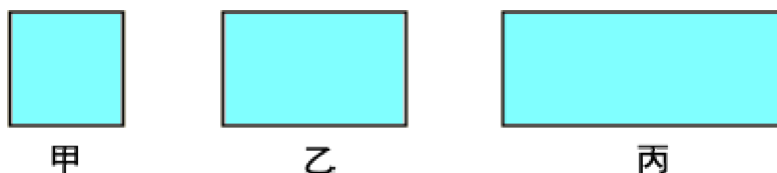


完美的黃金比例

周玉娟

壹、前言

如果請你隨手畫一個長方形，你會怎麼畫呢？你畫出來的長方形比較接近下面哪一個呢？



(註圖一)

大部分的人畫出來的長方形可能都比較接近「乙圖」。為什麼呢？因為「甲」太方正了，而「丙」又太瘦長了，好像只有「乙」的長寬比例適中，看起來最舒服！

像「乙」這樣的長方形，的確給人一種平和穩定的感覺，既不會有壓迫感，也不會有鬆弛感！越看越舒服！為什麼「乙」長方形看起來的感覺最好呢？它裡頭隱藏了什麼祕密嗎？有的！那就是它的長和寬符合了「**黃金比例**」。

貳、正文

一、黃金分割的發現：

公元前 6 世紀古希臘的畢達哥拉斯學派研究過正五邊形和正十邊形的作圖，因此，現代數學家們推斷當時畢達哥拉斯學派已經觸及甚至掌握了黃金分割。

公元前 4 世紀，古希臘數學家歐多克索斯第一個系統研究了這一問題，並建立起比例理論。

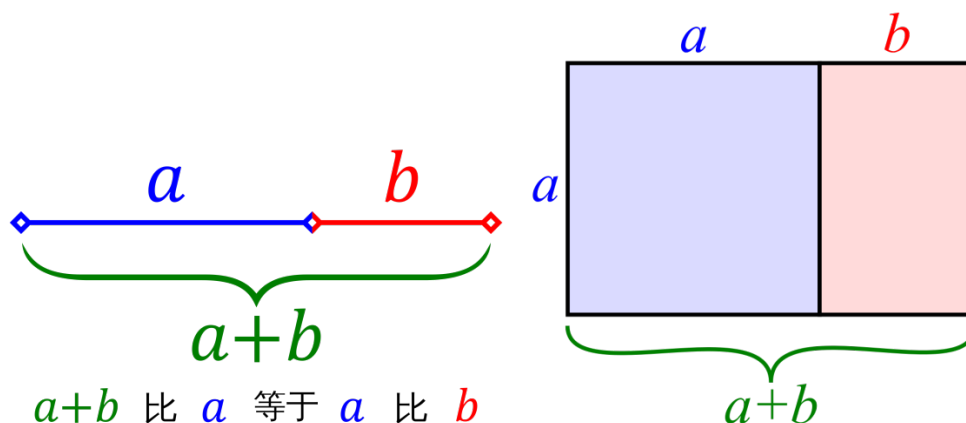
公元前 300 年前後歐幾里得撰寫《幾何原本》時吸收了歐多克索斯的研究成果，進一步系統論述了黃金分割，成為最早的有關黃金分割的論著。

中世紀後，德國天文學家克卜勒稱黃金分割為神聖分割。

到 19 世紀黃金分割這一名稱才逐漸通行。黃金分割數有許多有趣的性質，人類對它的實際應用也很廣泛。最著名的例子是優選學中的黃金分割法或 0.618 法，是由美國數學家基弗於 1953 年首先提出，70 年代在中國推廣之。(註一)

二、數學領域之黃金分割

「黃金比例」的歷史可以回溯到古希臘時代，當時的人們發現，如果把一條線段分成長短兩段，而且「**全段長：長段長 = 長段長：短段長**」的話，這種分割方式叫做「**黃金分割**」，而分割出來的兩線段長的比，就叫做「**黃金比例**」。



(註圖二)

三、如何尋找黃金分割點呢？

黃金分割點可用尺規作圖求得：

1. 設已知線段為 \overline{AB} ，作 $\overline{BE} \perp \overline{AB}$ ，使 $\overline{BE} = \frac{\overline{AB}}{2}$ 。
2. 連接 \overline{AE} 。
3. 以 E 為圓心， \overline{BE} 為半徑，畫弧交 \overline{AE} 於 D 點。
4. 再以 A 為圓心， \overline{AD} 為半徑，畫弧交 \overline{AB} 於 C 點，則 C 就是所求的黃金分割點。(註二)

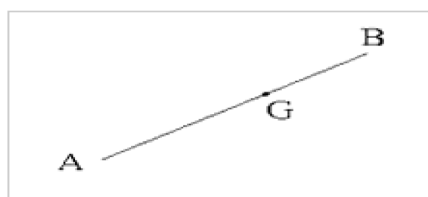
四、黃金分割的數值為何？

把一條線段分割為兩部分，使較大部分與全長的比值等於較小部分與較大的比值，則這個比值即為黃金分割。其比值是 $(\sqrt{5}-1):2$ ，約為 0.618 : 1。

作法：

在 \overline{AB} 上，若要找出黃金分割的位置，可以設分割點 G，G 會符合以下的特性：

$$\overline{AB} : \overline{AG} = \overline{AG} : \overline{GB}$$



下列的演算可以求得 G 點的數值：

[證明]：

設 $\overline{AB}=1$ ； $\overline{AG}=X$

則 $1: X = X : (1-X)$

$X^2 + X - 1 = 0$

解方程得 $X = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$

捨去負值，得到 $X = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ 其近似值為 0.618，即為黃金比例。

在數學上，這個比例又稱為黃金分割。(註三)

五、美術領域之黃金分割

黃金比最早是由古代希臘人發現的，直到 19 世紀被歐洲人認為是最美、最諧調的比例。黃金比廣泛用於造型藝術中，具有美學價值，尤其在工藝美術和工業設計的長和寬的比例(如書籍開本)設計中容易引起美感，故稱為黃金分割。

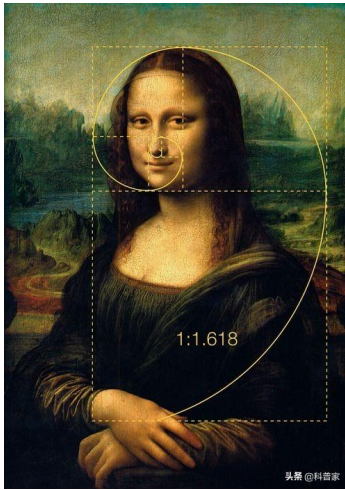
古希臘人將「黃金比例」廣泛運用在建築、美術、雕塑、音樂當中，而且隨著科學的發展，科學家發現，「黃金比例」其實普遍存在於自然界裡，像植物的葉片、花瓣，還有螺類的生長曲線等，都找得到黃金比例的蹤跡。

人類的身體也大致遵循這種比例，而且越趨近這種比例，人們越覺得有美感。例如手指的各個指節就是 1：0.6184 的比例，身體各部位的長度比也有類似的分布，這種比例提供人們在勻稱和協調上美感的參考。(註四)

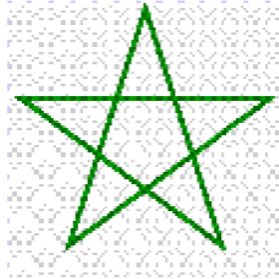
當我們讚嘆造物者的巧思時，人類的身體以及審美觀也無時無刻受到黃金比例的制約。研究發現，不論是何種部位的外觀，只要視覺上的比例符合黃金比例，總是較受吸引。這種現象往往在各民族自古至今繪畫雕刻美術的作品中不斷的出現

。人的軀體好不好看，身材的比例比起真正的高矮重要，在人體軀幹與身高的比例上，肚臍是理想的黃金分割點。換言之，就是頭頂到肚臍的長度比上肚臍到足底的比值，若此比值愈接近 0.618，愈給與人一種美的感覺。很可惜，一般人的軀幹(由腳底至肚臍的長度)與身高比都低於此數值，大約只有 0.518 至 0.60 左右(腳長的人會有較高的比值)。所以，有很多人要穿高跟鞋，身材的比例看起來會好看一些。

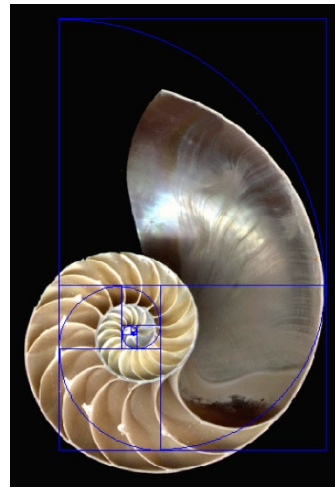
完美的黃金比例



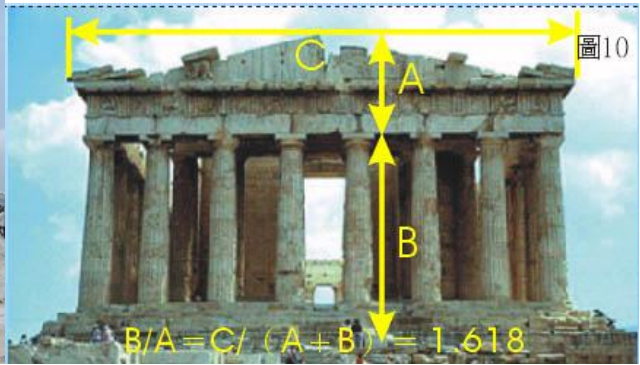
蒙娜麗莎的微笑



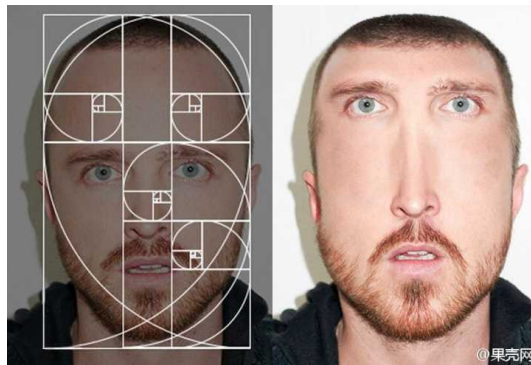
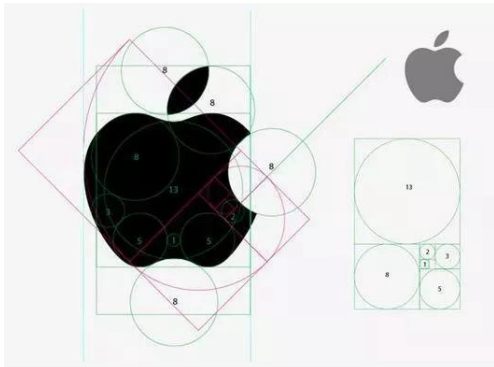
五角星



鸚鵡螺的螺旋比例



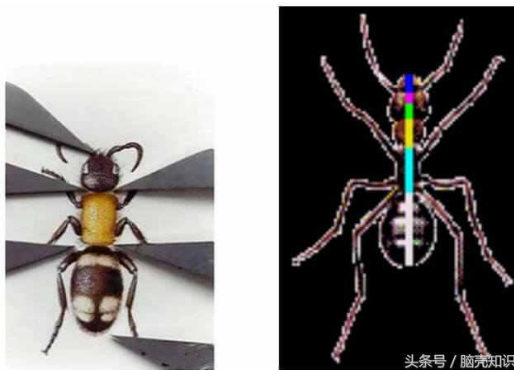
帕德嫩神殿 (Parthenon)



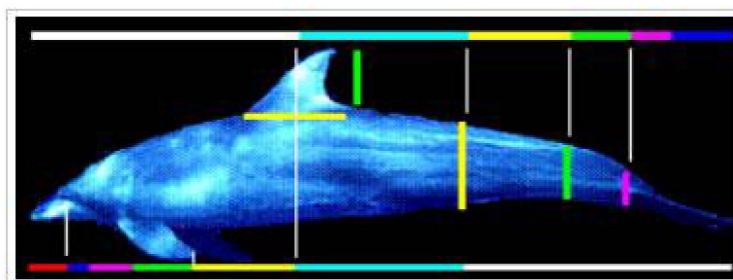
葉子的排列，花瓣和花蕊的配置比，每個花瓣嚴格按照 0.618 的黃金比例來放置，

完美的黃金比例

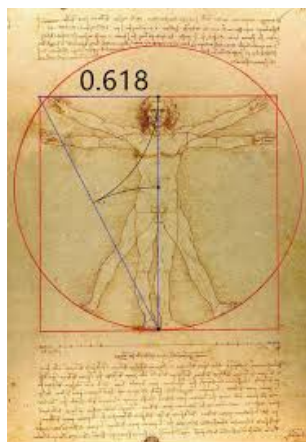
以保證花瓣最大限度地暴露在陽光下進行光合作用。



自然界中的黃金比例處處可見，螞蟻的身體比例，都遵照這種比例關係。



動物的身體也存在著類似的趨勢，包括海豚的軀體比例。(眼睛，魚鰭和尾巴都滿足黃金分割)。(註圖三)



我們的身體也存在黃金比例的規律。例如從人的肚臍往腳的距離和往頭的距離比例剛好就是黃金比例。(註圖五)

參、結論

史丹佛大學數學系教授 Keith Devlin 說：「嚴格來說，現實世界裡根本不會有任何東西達成黃金比例，因為這根本是個無理數。」

黃金比例是一個定義為 $(-1+\sqrt{5})/2$ 的無理數。所被運用到的層面相當的廣闊，例如：數學、物理、建築、美術甚至是音樂。黃金比例的獨特性質首先被應用在分割一條直線上。如果有一條直線的總長度為黃金比例的分母加分子的單位長，若我們把他分割為兩半，長的

為分子單位長度，短的為母子單位長度則長線長度與短線長度的比值即為黃金比例。

黃金比例是視覺效果的應用，當然美的主觀性是沒有一定的公式，勉強用公式來套用是有偏差的。但是應用黃金比例可以提供一個參考，這個參考是一個許多人都能接受的準則，而且是集體潛意識認可之下的標準。應用黃金比例也可以讓我們在眾多美麗之中尋求一個更順眼的標的。(註五)

肆、引註資料

註圖一 <http://www.bud.org.tw/Winnie/Wshow28.htm>

註一 <https://mark13578.pixnet.net/blog/post/333628526>

註二 <http://tw.knowledge.yahoo.com/question/question?qid=1405120813779>

註圖二 Google 圖檔搜尋

註三 http://www.easypretty.com.tw/01_doctor/03_news/03_20040501.htm

註四 維基百科

<http://zh.wikipedia.org/wiki/%E9%BB%83%E9%87%91%E6%AF%94%E4%BE%8>

註五 http://www.easypretty.com.tw/01_doctor/03_news/03_20040501.htm

<http://tw.knowledge.yahoo.com/question/question?qid=1609011910130>

註圖三 <https://kknews.cc/news/bqzgzq6.html>

註圖四 黃金比例 <http://zh.wikipedia.org/wiki/>

註六 黃金比例：1.61803 的祕密 作者：李奧維/著 原文作者：Mario Livio
譯者：丘宏義 出版社：遠流出版 日期：2004 年 08 月 01 日

註圖五 <https://kknews.cc/news/bqzgzq6.html>