

探討「美感教育」和數學的關聯性

劉宗豪

摘要

人們對美的審視，是根據個人的感覺和判斷來決定，有時並無一致的看法。而美的人事物隨處可見，舉凡建築、服裝、器皿、甚至是人等，都可能存在著你認為美的元素而導致。

藉由 108 課綱的推行後，提倡將課程融入美感教育等共 19 項議題，我們也試著從數學科的觀點來進行美感教育的融入課程。數學是人類闡述和解決數量、結構、變化、空間和關係等問題的活動或學問，真實情境可作為學習數學的起始點或切入點。因此，如何協助學生以數學的觀點觀察周遭的事物，尋找並體驗生活情境與數學的連結，應有助於激發學習數學的動機與興趣；其次，培養學生觀察日常生活問題中的數學美感，練習以數學的方式，將這些問題表徵為數學問題，同時在發展解題策略的過程中，加深對數學概念之理解，將有助於提昇學生的數學素養。

壹、前言

從數學的角度出發，來探討相關的美感教育課程的融入。以一般性在生活中我們所常聽到或生活上的經驗，來加以介紹和說明，並期能引起大家的共鳴。在數學中常被人們引用的，不外乎就是黃金比例了，不管在藝術作品上、在現實環境中的事物、甚至用在人參的比例上，隨處可見其應用。許多數學教育學者進行一系列相關的研究與探討，試圖在保持學生的學習成就的同時，提升學生的學習興趣與態度，以及讓學生覺得數學在現實生活中是有用的。

除了黃金比例原則外，像對稱性也是常被人們拿來做對比的美感，不論是上下對稱或左右對稱。有些學者則進行數學史融入數學教學研究，目的是想要提升學生的數學學習興趣和態度。研究者則從生活數學連結的角度，希望讓老師、學生了解生活中有很多問題很有趣，可以拿來當數學例子進行教學與學習，希望一方面提升教師的教學能力，另一方面培養學生解決生活中數學問題的能力與素養，讓學生覺得數學在生活中是有用的，進而提升他們的學習興趣。

貳、正文

一、黃金比例

(一)何謂黃金比例？

一般人對於黃金比例這個名詞，是感到非常的陌生而疑惑的。但實際上黃金比例比 π 來得有趣且常見，古希臘人認為它是最完美的比例，活用於視覺造形中，而其分比例的基本方法是把一條線分割成大小二段時，「全段長：長段長＝長段長：短段長」，這種比例分割方法就是黃金比例，此數據為 1.6180339...是個無窮小數，而且小數點後的數字不會重複，一般我們把它簡稱為 1.61803。在專業的數學文獻中，通常以希臘數字 τ 來代表黃金比例，意思是「分割」或「截」。可是到了二十世紀初，美國數學家巴爾 (Mark Barr) 另外給黃金比例取了這個名字 phi (ϕ)。

(二)黃金比例的求法

利用《線段法》來進行說明：如下圖，我們把線段分割成長度分別為 x （長）和 y （短）兩段，依據黃金分割的定義， $(x+y):x=x:y$ 。為了方便，我們把 y 當作 1，那麼經過運算之後， x 大約等於 1.618，這就是古希臘人發現的「黃金比例」；如果把 x 當作 1，那麼 y 大約等於 0.618！黃金分割奇妙之處，在於其比例與其倒數是一樣的。例如：1.618 的倒數是 0.618，而 1.618:1 與 1:0.618 是一樣的。

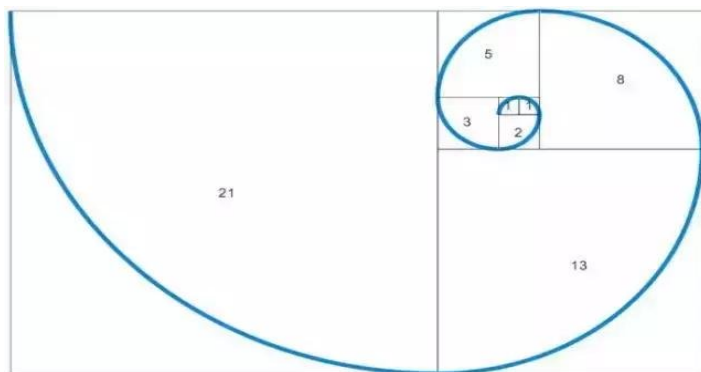


(三)斐波那契數列

又稱黃金分割數列，因數學家列昂納多·斐波那契以兔子繁殖為例子而引入，故又稱「兔子數列」。在很多學科上都得到廣泛的應用，其所表現出來的如下的數列存在：1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,233...等，如同所看到的數列規律，從第 3 項開始的每一個數字，都等於前面兩個數字之和。數列是無限延伸下去，而當我們將前一數字除以後一數字時，其比值會越來越接近 0.618，也就是在此探討的黃金比例。

$1 \div 1 = 1$ 、 $1 \div 2 = 0.5$ 、 $2 \div 3 = 0.66$ 、 $3 \div 5 = 0.6$ 、 $5 \div 8 = 0.625$ 、...、 $55 \div 89 = 0.617$ 、...、 $144 \div 233 = 0.618$... 一直按此式子下去，其比值為黃金比例的呈現。

根據斐波那契數列，可以畫出斐波那契螺旋線，也稱為黃金螺旋線。



二、幾何圖形之美

幾何圖形在我們生活中隨處可見，不論是學校的尺規作圖作業時使用到，在建築上在平面書刊海報上，生活大小事務中定能看到幾何圖形的融入。幾何圖形不受鏡射、平移、縮放、旋轉等影響，並且許多圖形保有其對稱性，在數學上更是一門專業的學科。

對於美的審視隨各人觀點不同而有所不同看法，在此針對一些現實中常見的圖形所展現的美感來簡單描述，也加入了些建築方面設計出的美感來探討。或許未必得到人人認可，但我們就以研討的角度來看待之。

(一) 湖南長沙龍王港中國結大橋—數學中的「莫比烏斯帶」



Next 建築事務所為湖南長沙龍王港設計的人行橋樑同樣以莫比烏斯帶為原型，與鳳凰國際傳媒中心不同的是，大橋還融入了中國結元素。其獨特的莫比烏斯帶(中國結)造型為堅固的橋樑注入柔美氣質，如緞帶般優美柔和的人行橋，仿佛舞者的水袖掠過梅西河。設計採用多種工藝，行人可在不同高度選取路線過橋。其實此橋設計不只是雜糅中國結和莫比烏斯帶，行人在行走路線的選擇中，也在向著名的七橋問題致敬。

(二) 胡夫金字塔——圓周率、勾股定理



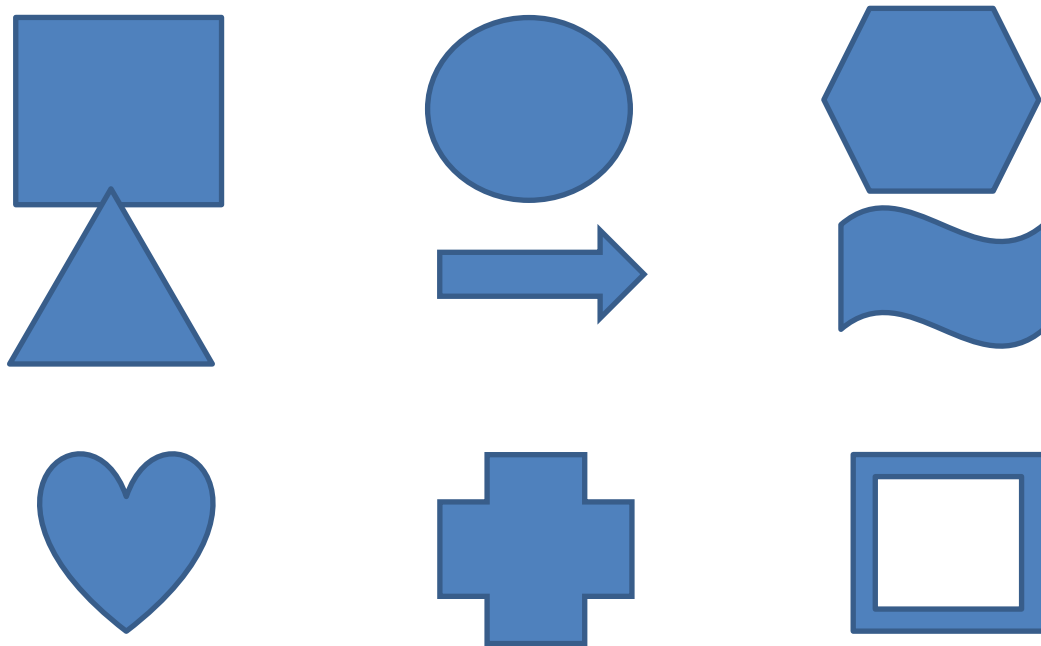
埃及大金字塔高 146.6M，它的 10 億倍正好等於地球到太陽的距離。塔底周長 920M，如果把塔底周長除以 2 倍的塔高那就接近於圓周率。胡夫大金字塔的塔心正好是地球上各大陸的引力中心，通過塔底的中心的子午線，正好把地球上海洋和陸地分成相等的兩半。把正方形的塔底的兩條對角線延長，正好可以把尼羅河三角洲夾在裡面。在胡夫大金字塔中，最神秘的還是塔中的墓室，它的長，寬，高之比恰好是 3:4:5，體現了勾股定理的數值。

(三) 泰姬陵——幾何的對稱性



印度的泰姬陵建築是完美的對稱。從遠處看泰姬陵園區的大門，你會發現，河道、水渠、建築物，木板小道，樹木的種植的位置、品種、高度，乃至那小道上磚塊構成的紋路都沿著中軸線完全對稱。園區之外的集市中商鋪的位置，以及亞穆納河對岸的月影花園都遵循著這個規律完全對稱。進入建築物中，一切仍然對稱。

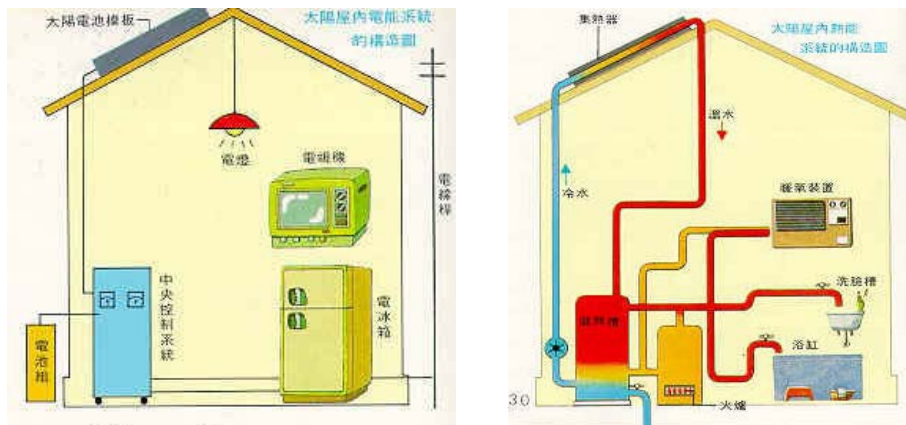
(四) 數學中常見的幾何圖形



三、生活隨處可見數學美感

(一)居家設施

像房屋外觀的設計，無論是對稱性的亦或是傳統人們的審美觀點的，一些菱菱角角之處都有其用心所在。然而在家庭當中，我們常見的日常用品及陳設，也都可看見數學美感融入其中。最常使用到數學美感的部分，除了比例方面的考量設計外，就是幾何美學的構圖設計了。在這裡，從下圖當中讓各位體會一下上述的概念，並可思考看看還有哪些居家的物品也有美學設計理念。



(二)植物美學

向日葵種子的生長螺紋是左旋和右旋的兩組交錯等角螺線，右 21 道與左旋 34 道， $1:1.619$ 趨近黃金比例。也有較大的向日葵，左旋數和右旋數各為 34 和 55，更大的向日葵則有 89 和 144，甚至 144 和 233 的排列數。



(三)奈米碳球

奈米碳球是由多層石墨層以球中球的結構所組成的多面體碳簇。粒徑約為 1~100 奈米、尺度約是奈米碳管的直徑，內部可以是中空或可填充金屬。奈米碳球外殼的石墨層，中央部分都是六圓環，邊角或轉折部分則由五圓環組成。奈米碳球的特殊石墨結構使其具有熱傳導性、導電性、強度佳及化學性穩定等優點。結構上展現許多數學方面的力與美，目前也常被科學家使用於日常生活中。



叁、結論

數學家兼哲學家羅素說：「數學，從正確的觀點來看，它不僅是真理，而且是至上的美麗」。

藝術大師羅丹所言：「生活中不是缺少美，而是缺少發現。」對於數學之美，又有幾個人能真心去發現呢？

也許一直以來我們都為著升學而努力求得數學知識，在成長過後，不妨從新的角度來思考數學與生活或藝術的聯結性，試著去觀察欣賞和體會，並且融入我們的生活之中，或許能對各類事物有新一層的感受，能更發覺數學趣味所在，也讓我們的生命更加豐富精采。

肆、引註資料

資料來源：參考網址：<https://read01.com/Aj2e5y.html>

資料來源：維基百科—幾何圖形

資料來源：<https://kknews.cc/education/46eb993.html>